N° 19 15 OCTOBRE 1929

Revue générale des Sciences pures et appliquées

FONDATEUR : **Louis OLIVIER** (1890-1910) — DIRECTEUR : **J.-P. LANGLOIS** (1910-1923)

DIRECTEUR : **Louis MANGIN**, Membre de l'Institut, Directeur du Muséum national d'Histoire Naturelle

CHRONIQUE ET CORRESPONDANCE

§ 1. — Sciences naturelles.

Les problèmes de la conservation et du transport des pommes.

Trois fruits, la pomme, l'orange et la banane, font aujourd'hui l'objet d'un commerce mondial important; leur conservation et leur transport ont posé des problèmes d'ordre scientifique assez délicats, qui ont été étudiés surtout en Angleterre et aux Etats-Unis. Nous voudrions exposer ici, à titre d'exemple, quelques résultats obtenus en ce qui concerne le premier de ces fruits [1].

La maturation de la pomme est accompagnée de certains changements de sa structure et de sa composition chimique [2]. La teneur en protéine, indice de la quantité de protoplasme vivant, atteint de très bonne heure un maximum; elle décroît durant la croissance, et reste pratiquement constante durant la conservation. La teneur en acides suit une marche analogue, mais continue à décroître pendant la conservation. La teneur en amidon, nulle dans le fruit jeune, passe par un maximum vers le milieu de la croissance ou peu après, pour retomber à zéro très vite après la cueillette, par suite de sa transformation en sucres. Ceux-ci sont de deux catégories : le saccharose, qui donne au fruit sa douceur, et des hexoses, surtout glucose et lévulose. Le pourcentage des sucres augmente pendant toute la croissance sur l'arbre; le saccharose passe par un maximum vers la maturité et diminue après la cueillette par transformation en hexoses; la proportion des hexoses augmente pendant toute la conservation.

Les parois des cellules vivantes individuelles, formées de cellulose et de pectines, jouent un rôle important dans ces transformations. Après la maturation, elles se dégradent et leurs constituants se résolvent en composés plus simples et solubles; c'est ce processus qui rend le fruit tendre.

La peau de la pomme a également sa fonction. Elle est relativement imperméable à l'eau et aux gaz, mais elle est criblée de petites ouvertures, par lesquelles l'extérieur communique avec un réseau de fins canaux aériens qui parsèment la chair du fruit, entre les cellules vivantes. Les pores, les canaux aériens et la cavité centrale, souvent ouverte vers l'extérieur, constituent le système par lequel s'effectue la respiration du fruit, qui consiste dans un apport d'oxygène à la cellule vivante, et un dégagement d'acide carbonique, avec évolution concomitante de chaleur et destruction d'acides ou de sucres.

L'activité de ce processus respiratoire, qui peut être mesurée par le volume de CO^2 dégagé par un poids donné de fruit dans un temps donné, possède une grande importance pour l'emmagasinage, tant à cause de la production de chaleur que de la modification de l'atmosphère de l'entrepôt qui l'accompagnent. C'est aussi un indice essentiel de la condition du fruit, car elle varie avec le temps et avec ses qualités alimentaires.

L'activité respiratoire varie d'abord avec l'âge de la pomme. Elle décroît régulièrement à mesure que le fruit se développe; à maturité, elle n'est plus que le dixième de celle du fruit jeune; elle présente alors

1. F. KIDD : *Journal of the Royal Society of Arts*, t. LXXVII, nos 3975-3977, 1929.
2. D. HAYNES : *Ann. of Bot.*, 1925-1928.

une recrudescence plus ou moins soudaine jusqu'au double de sa valeur; ce changement est une caractéristique de l'évolution du fruit et il est associé avec le développement du parfum[3]. Puis l'activité respiratoire diminue de nouveau jusqu'à la mort du tissu, qui est marquée par une augmentation de courte durée, suivie d'une chute rapide à zéro. La mort et la cessation de l'activité respiratoire ne sont pas en relation avec l'épuisement du sucre ou de l'acide qui sont les matériaux de la combustion.

L'activité respiratoire varie ensuite avec la température, et cela à n'importe quel stade de l'évolution du fruit[4]. Ainsi, à maturité, une tonne de pommes produit par jour 12 pieds cubes de CO^2 à 70° F. et seulement 2,5 pieds cubes quand on la conserve à 35° F.

La relation de l'activité respiratoire avec l'apport d'oxygène est complexe. A maturité, l'activité est minimum pour une proportion de 5 % d'O dans l'atmosphère, ce minimum étant les 7/10 de la valeur dans l'air normal. En période de conservation, lorsque la pomme vieillit, l'activité respiratoire devient minimum pour des quantités progressivement croissantes d'O dans l'air extérieur jusqu'à celle de l'air pur (21 %). A ce stade le dégagement de CO^2 croît, soit que l'on diminue, soit que l'on augmente la proportion d'O dans l'atmosphère. Avec les pourcentages d'O inférieurs à ceux de la respiration minimum, le caractère de la respiratoin change : elle devient moins une oxydation qu'une fermentation, avec dégagement de CO^2 sans consommation d'O.

Enfin, la race influe aussi sur l'activité respiratoire : elle est plus intense chez les pommes d'été que chez les pommes d'hiver[5].

Le dégagement de chaleur, qui est une des conséquences de l'activité respiratoire du fruit, doit être pris en sérieuse considération dans le transport et l'emmagasinage de ce dernier, qui ne peuvent s'opérer qu'au moyen d'installations frigorifiques. Récemment, M. Griffiths a mesuré la quantité de chaleur dégagée par une caisse de pommes de la capacité d'un pied cube à 20° et l'a trouvée égale à 0,14 cal. par seconde[6].

Des désastres sont survenus dans des cas où la puissance de l'installation réfrigérante n'a pu dépasser le dégagement de chaleur des fruits. Un cercle vicieux s'établit : la température s'élevant, l'activité respiratoire augmente, en produisant un plus grand dégagement de chaleur, qui élève encore la température. Les parois isolantes, qui devaient préserver le contenu de l'apport extérieur de chaleur, ne font plus qu'accélérer ce processus cumulatif, qui peut aboutir à une perte totale des fruits.

Il ne s'agit ici que d'un cas extrême. Une difficulté bien plus générale à laquelle on se heurte, c'est d'obtenir l'uniformité de température dans tout l'intérieur d'un navire transporteur de pommes. Par mesure d'économie, on emmagasine le maximum de fruits dans le minimum d'espace. On emploie généralement aujourd'hui des compartiments bas de 18 × 18 × 4,50 m., dont tout l'espace jusqu'au sommet est rempli de caisses de pommes. Des mesures de la température au moyen de thermomètres électriques (avec lecture à distance) placés en différents points du chargement ont permis de constater une très inégale répartition des températures[7]. Elles sont plus élevées au sommet des compartiments qu'à la base et sur les côtés qu'au centre. On peut remédier à cet inconvénient en réfrigérant les compartiments par le haut et par une circulation d'air qui uniformise les conditions de température. Cela implique pour la technique frigorifique des problèmes assez délicats que nous ne pouvons aborder ici.

On peut maintenant se demander jusqu'à quel point la température affecte la maturation et le vieillissement des pommes conservées. Pour mesurer l'influence de la température sur la durée de conservation, on prend un certain nombre de lots d'une centaine de pommes, que l'on conserve chacun à une température constante. On les retire à intervalles successifs, on coupe et l'on examine chaque pomme. De ces observations, on déduit une courbe qui représente les progrès de la perte à chaque température. On appelle *vie moyenne* d'un fruit la durée au bout de laquelle la perte est de 50 %, *vie commerciale* celle au bout de laquelle la perte est de 10 %. Or les mesures ont montré[8] qu'une variation de 1° F. peut altérer la durée de vie de 10 %, et qu'entre 32° F. et 42° F. la durée de conservation varie de 100 %. Il y naturellement d'assez grandes variations individuelles.

Le terme de la vie du fruit, dans tous les cas jusqu'à présent considérés, est le commencement de la pourriture, provenant d'une affection mycélienne. Les spores de cette maladie sont présentes à la surface du fruit, le plus souvent déjà avant la cueillette. En général, elles n'attaquent le fruit qu'après qu'il a atteint un certain état de maturation ou de surmaturation, ou bien lorsque la peau a été lésée pendant les manipulations, ou encore quand l'humidité est excessive.

Si l'abaissement de la température augmente généralement la durée de conservation des pommes, on a observé cependant, pour certaines variétés, que cet effet s'arrête à un certain niveau, et qu'un abaissement plus grand de la température raccourcit, au contraire, la durée de vie des fruits[9]. Dans ce cas, la vie prend fin non par affection mycélienne, mais par dépérissement fonctionnel. Ce dépérissement appa-

3. F. Kidd et C. West : *Food Investigation Board, Ann. Report*, 1924.
4. F. Kidd et West : *Food Investigation Board, Special Report*, n° 20, 1924.
5. H. C. Gore : *U. S. Dep. of Agric., Bur. Chem., Bull.* 142; 1911.
6. E. Griffiths : *Proc. Phys. Soc.*, t. XL, 1928.
7. *Food Investigation Board, Special Report*, n° 20, 1924; n° 27, 1926. — *Union of South Africa, Dep. of Agric., Science Bull.*, 56; 1926.
8. F. Kidd, C. West et M. N. Kidd : *Food Investigation Board, Special Report*, n° 30, 1927.
9. Kidd, West et Kidd : *Loc. cit.*

raît longtemps avant que la pomme présente des signes de surmaturation. La basse température a retardé la maturation, mais elle paraît avoir aussi renversé l'équilibre de la machine vivante et son métabolisme, de sorte que la mort s'ensuit. Cette altération, connue sous le nom de « brunissement interne » et qui serait désignée plus exactement par le terme de « dépérissement frigorifique », se distingue de toutes les autres formes et n'est d'ailleurs pas spéciale à la pomme. M. J. Barker[10] l'a observée sur la tomate : des tomates conservées à 34° F. pendant 4 jours ou moins mûrissent normalement à la température ordinaire, et ne présentent pas de déchet supérieur à celui de tomates non exposées aux basses températures. Par contre, si la période de conservation à 34° F. dépasse 6 jours, le fruit ne mûrit plus normalement à la température ordinaire et présente une altération exceptionnellement rapide.

Un autre facteur influe sur la durée de conservation des pommes : c'est l'état de maturité du fruit au moment de la récolte et de l'entrée dans le frigorifique. Suivant cet état, il peut intervenir deux causes de perte. La première, connue sous le nom de « Jonathan breakdown » parce qu'elle se présente surtout chez la variété de pomme Jonathan, ne se produit que si les fruits sont restés trop longtemps sur l'arbre, pratique préférée par certains planteurs parce qu'elle donne des pommes plus grosses et plus colorées. Les travaux de M. Palmer au Canada ont abouti à établir un étalon de coloration qui permet de cueillir les fruits au moment opportun. La conservation des fruits prédisposés à cette altération est prolongée par le refroidissement, mais elle n'atteint jamais celle des fruits non prédisposés. On suppose que cette prédisposition est due à une accumulation des produits volatils qui se forment à la période caractéristique de maturation. L'autre altération, désignée sous le nom de « apple scald », consiste dans un brunissement de la peau sans blettissement ou brunissement de la chair; elle est suivie généralement de la pourriture mycélienne. Elle est favorisée par une ventilation réduite pendant la conservation[11]. D'où la conclusion qu'elle est également due à une accumulation de produits volatils et qu'elle peut être combattue soit par la ventilation, soit par la présence d'un milieu absorbant. C'est là l'origine des enveloppes en papier huilé (à 15 % d'huile minérale inodore) employées aujourd'hui aux Etats-Unis et qui se sont montrées si efficaces contre une altération qui, pendant un temps, causait autant de ravages que toutes les autres réunies.

L. B.

§ 2. — Art de l'Ingénieur.

Le fonctionnement des turbines à vapeur à grande puissance.

Les besoins d'électricité augmentant de jour en jour ont donné naissance à des centrales de plus en plus vastes qui emploient des unités de plus en plus puissantes. Les alternateurs peuvent, seuls, absorber les puissances d'unités semblables. Le choix des vitesses s'est maintenu entre 1.500 et 3.000 T. M. pour la fréquence moyenne de 50 périodes.

A l'heure actuelle, la limite des puissances semble être de 20.000 Kw. à 3.000 T. M. et de 50.000 à 60.000 Kw. à 1.500 T. M.

Lorsque des turbines atteignent des puissances de cet ordre, les services responsables des grandes exploitations doivent s'entourer du maximum de garanties dans le choix et la livraison des lubrifiants destinés au graissage.

Les qualités essentielles à exiger d'une huile turbine de première qualité sont :

1° D'assurer le refroidissement maximum des paliers;

2° De résister à l'oxydation causée par l'action combinée de l'air et de la chaleur;

3° De résister à l'émulsion et de se séparer immédiatement de l'eau qui a pu pénétrer dans l'huile.

Ces résultats ne peuvent être obtenus que par une sélection rigoureuse du « Crude » de base, un raffinage spécial qui n'altère pas les qualités de l'huile et un contrôle sévère des fabrications et livraisons.

A la mise en service des précautions s'imposent, notamment le nettoyage à l'huile et le séchage des bacs et canalisations. En principe, les spécialistes du raffineur de l'huile employée doivent collaborer à ces opérations.

L'huile en service doit être scrupuleusement contrôlée à époques fixes, pour mesurer sa résistance à l'émulsion et à l'oxydation, et déterminer la fréquence des additions d'huile fraîche, des soutirages et des vidanges. Ces différents essais sont également effectués par le raffineur spécialisé dans ces recherches.

Le meilleur moyen de contrôle est d'exiger :

La livraison en fûts métalliques plombés à la raffinerie;

La garantie du contrôle. Chaque fût et tous les documents de livraison portant le n° de série de la fabrication;

La garantie du raffinage en France. Assurer une sécurité d'analyse sur place avant la livraison.

Toutes les branches de l'industrie, mines, produits chimiques, sucreries, métallurgie, filatures, grandes centrales, dont la vie est conditionnée par le rendement et le fonctionnement régulier des turbines à vapeur, doivent donc attacher une importance capitale à la solution de ce problème dont dépend une meilleure utilisation du matériel et une augmentation du rendement.

L. P.

*
**

Industrialisation des bois coloniaux.

L'industrialisation des bois coloniaux vient de faire l'objet d'une très intéressante conférence[1] de M. J.

10. J. Barker : *Food Investigation Board, Ann. Report*, 1927.
11. C. Brooks, J. S. Cooley et D. F. Fisher : *Journ. Agric. Res.*, 1917 et suiv.

1. Soc. de Géographie commerciale de Paris, séance du 9-2 1929.

Méniaud, administrateur des colonies, chef du Service des bois coloniaux à l'Agence Générale des Colonies. L'exposé très documenté s'appuyant sur des faits extrêmement précis du conférencier a donné lieu à l'adoption d'une résolution qu'il nous paraît bon de reproduire étant donné l'importance des questions à résoudre promptement.

La Société de Géographie commerciale a donc émis le vœu que des mesures fussent prises pour entreprendre ou activer dans toute la mesure possible :

« 1° La conservation et l'amélioration des massifs forestiers coloniaux en vue d'une production progressivement développée d'essences sélectionnées et la création de nombreuses et importantes réserves aménagées;

« 2° L'utilisation, de plus en plus développée, de moyens mécaniques pour l'exploitation des bois; l'augmentation du nombre des essences exploitées et, en dehors de l'acajou et de l'okoumé, surtout une exploitation plus poussée des essences déjà exportées et bien accueillies par l'industrie;

« 3° L'installation, près des lieux d'exploitation, de scieries à grand débit, en vue de l'expédition de bois sciés aux dimensions courantes du commerce et, dans la mesure du possible, séchés, moins sujets que les bois en billes, surtout pour les essences tendres, à l'échauffement et aux piqûres d'insectes, les bois coloniaux débités étant en outre plus faciles à placer dans l'industrie que les grumes, toutes de fortes dimensions; l'emploi enfin de tous autres moyens propres à assurer aux bois expédiés de meilleures conditions de préservation et de présentation;

« 4° L'amélioration de l'outillage économique des colonies forestières, notamment des ports et rades et des moyens d'embarquement, amélioration à laquelle est subordonnée en grande partie la réalisation du vœu précédent;

5° La construction, près de nos grands ports français, de scieries et fabriques pour le traitement des bois coloniaux et leur réexportation après usinage. »

Il est à remarquer, que le quatrième vœu peut concerner non seulement les bois mais tous les produits coloniaux. Non seulement il faut des ports bien outillés, mais encore des chemins de fer. Et, lorsqu'on parle de chemins de fer il est insuffisant, très notoirement insuffisant, de ne voir que les voies de pénétration sans des embranchements nombreux. En effet, dès que la distance à franchir pour atteindre la voie ferrée, ou la voie d'eau, devient trop longue (15 à 20 kilomètres au maximum) ou bien lorsque la distance à parcourir par chemin de fer est trop considérable (150 à 200 kilomètres au plus) les frais de transports sont tels que l'exportation cesse d'être possible parce qu'elle n'est plus payante. Ainsi le problème de l'exportation des bois coloniaux est intimement lié au problème des voies de transport. La politique ferroviaire poursuivie en A. O. F. et au Congo aidera grandement l'exploitation forestière de nos colonies d'Afrique, si proches de la Métropole. La part importante réservée, dans l'emprunt de trois milliards proposé récemment par notre ministre des colonies, à l'amélioration des voies ferrées existantes et à la construction de voies nouvelles fait heureusement espérer un essor rapide de toutes les régions desservies, mais il faut que ce projet d'emprunt soit voté et ne finisse pas ses jours dans un carton.

Il est nécessaire aussi de créer des ports et de les rendre *accessibles* aux navires, lesquels ne resteront plus « sur rade » exposés aux coups de vents dangereux et permettant le chargement et le déchargement des marchandises avec sécurité et rapidité. A qui a vu les « ports » de Tamatave et de Majunga, par exemple, il est permis de souhaiter mieux que ce qui existe. Il est bien évident que les vœux, fussent-ils émis avec la conviction la plus absolue, en faveur de la mise en valeur des colonies, resteront à peu près lettre morte tant que la densité des voies de communications de tous ordres et de toutes natures ne sera pas considérablement augmentée. Nos exportations sont liées au problème du rail et de la route, et, d'une façon générale, à l'outillage colonial.

M. R.

§ 3. — Agriculture.

Les explosifs en agriculture.

Il y a longtemps déjà que les explosifs sont utilisés par les agriculteurs mais leur emploi pour des fins nettement agricoles est très peu répandu, il faut le déplorer car il permet de réaliser à très bon compte des travaux que l'on n'effectuerait pas sans leur utilisation. L'attention des agriculteurs de l'Afrique du nord vient d'être attirée récemment encore sur cette application pacifique des explosifs et voici quelques-uns des résultats obtenus.

Près d'Alger, un champ stérile, constitué par de la mollasse à 87 p. 100 de calcaire a donné, en culture après défoncement, un rendement de 9 kgs en pomme de terre pour 1 kg. de semence. Dans la même région, une propriété dans laquelle les banquettes ont été dérochées et nivelées à l'explosif se trouve maintenant entièrement irrigable. Un autre domaine où abondaient roches et carrières, travaillé aux explosifs présente maintenant des arbres de très belle venue. On cite enfin une plantation de quatre cent cinquante pruniers faite à raison de quatre vingt cinq trous par jour par deux hommes seulement, occupés, par ailleurs, aux travaux de la ferme. Ces arbres sont actuellement très vigoureux et ils portent de nombreux fruits après dix-huit mois seulement de plantation. L'emploi des explosifs pour creuser des trous en terrain rocheux est éminemment avantageux lorsqu'on veut mettre en valeur des surfaces à peu près stériles; on n'y songe peut-être pas assez.

M. R.

SUR LES NOTATIONS DE LA THERMODYNAMIQUE

1. **Introduction.** — Beaucoup de physiciens et d'ingénieurs pensent sans doute que l'enseignement de la Thermodynamique en France a pris sa forme définitive, et sont parfaitement satisfaits de l'admirable symétrie qui y règne entre les deux fonctions énergie et entropie et entre les expressions des deux principes par les différentielles totales exactes. Mais il existe certainement quelques professeurs qui sont moins satisfaits des modes d'exposition classiques, ou du moins de ce qu'en comprennent leurs élèves : la Thermodynamique reste une science entièrement incompréhensible à tous ceux qui n'ont pas une culture mathématique du niveau correspondant à l'enseignement de l'Ecole Polytechnique ou de la licence ès sciences mathématiques, et, pour ceux qui possèdent cette culture mathématique, elle n'est qu'un jeu de formules sans aucun rapport avec l'expérience.

Dans ces dernières années, M. Raveau [1] a montré, dans une série importante de communications à l'Académie des Sciences et à la Société française de Physique, que ces difficultés mathématiques tiennent uniquement au mode d'exposition choisi depuis un demi-siècle et que les fonctions et les différentielles totales n'ont rien de nécessaire pour l'établissement des relations fondamentales de la Thermodynamique. Il a ainsi introduit une série de raisonnements géométriques, suivant de très près la réalité expérimentale, et permettant par suite un enseignement beaucoup plus concret. De mon côté, j'ai cherché [2] à préciser quelles étaient les notations les plus appropriées à traduire ces raisonnements en formules et à représenter directement la réalité physique. Je me propose, en réunissant dans cet article quelques-uns des raisonnements ainsi traduits, de montrer comment leur emploi permet d'apporter une simplication réelle aux calculs classiques.

2. **Dérivées partielles et quotients différentiels.** — L'idée essentielle est de supprimer complètement la notion de dérivée partielle de la démonstration thermodynamique. Lorsqu'on fait une expérience, on produit, dans des conditions bien déterminées, la variation dx d'une certaine grandeur, et on observe la variation dy qui en résulte pour une autre grandeur : ce qui traduit directement les résultats de l'expérience, c'est le *quotient différentiel* dy/dx de deux variations concomitantes petites mais finies. Dans les formules qui servent finalement aux calculs numériques, on fait toujours figurer ces quotients différentiels (chaleurs spécifiques, coefficients de dilatation ou de compressibilité, constante diélectrique), qu'on désigne par des lettres (C, c, α, μ, ε) et dont on trouve les valeurs dans les Tables de constantes.

Les dérivées ne s'introduisent donc ni dans les déterminations expérimentales, ni dans l'application finale des formules. Leur emploi ne paraît utile que dans les calculs intermédiaires ; mais la notion de dérivée partielle est particulièrement mal adaptée à la représentation des faits thermodynamiques, et l'usage s'est établi d'oublier complètement sa signification mathématique.

Lorsque par exemple on représente la compressibilité adiabatique par le symbole $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_S$, on ne pense pas du tout qu'il soit nécessaire, conformément à la définition mathématique de ce symbole, que la pression p soit exprimée comme une fonction de deux variables indépendantes, volume v et entropie S ; on le pense d'autant moins que l'existence d'une compressibilité adiabatique est tout à fait indépendante du principe de Carnot et de la notion d'entropie. Si, pour bien marquer cette indépendance, on emploie la notation $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_Q$, on s'écarte encore davantage de la définition des mathématiciens, puisqu'on ne pourrait évidemment pas exprimer p comme une fonction de Q.

L'emploi des dérivées partielles est en effet lié à la distinction entre les quantités qui sont des fonctions de l'état du corps et celles qui n'en sont pas ; elle conduit à distinguer les quotients différentiels C, c, α, β, μ, ε en deux catégories, suivant qu'ils correspondent ou non à des dérivées partielles : c'est là une distinction qui n'existe pas. Si l'on définit par exemple une transformation élémentaire par les variations de température dt et de volume dv, la variation de pression et la quantité de chaleur absorbée sont données par les formules :

$$dp = \beta p\, dt - \frac{1}{\mu v}\, dv, \qquad dQ = c\, dt + l\, dv$$

dont les divers coefficients ont des significations physiques analogues et doivent jouer des rôles analogues dans l'étude thermodynamique de la transformation. La complication des calculs clas-

1. C. Raveau : *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. CLXXXV (1927), pp. 1121, 1228, 1265 ; t. CLXXXVIII (1929), pp. 1543 et 1662 ; Société Française de Physique, 16 novembre 1928, 18 janvier 1929, 21 juin 1929.

2. G. Bruhat : *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. CLXXXVIII (1929), p. 1600 ; *Journal de Physique*, t. X (1929), p. 107.

siques provient en général de ce que l'on a perdu de vue cette analogie, en la dissimulant par l'emploi, dans la première formule, des symboles

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_v \text{ et } \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_t.$$

J'estime, avec M. Raveau, qu'*il convient de renoncer à l'emploi de ces symboles de dérivées partielles, et, dans tous les calculs où intervient la limite du rapport de deux quantités infiniment petites, de représenter cette limite par un quotient différentiel: les formules suivront ainsi plus directement l'expérience, et l'on évitera d'introduire une distinction sans intérêt entre deux catégories de quotients différentiels.*

3. **Notations.** — Je me bornerai à indiquer les notations pour un système dont l'état dépend de deux variables indépendantes: on généraliserait facilement au cas de plus de deux variables indépendantes.

Soit une transformation qui fait passer le système de l'état d'équilibre M à un état d'équilibre N voisin, et soient dx, dy, dz trois grandeurs attachées à cette transformation; ces grandeurs peuvent être les variations des facteurs qui déterminent l'état du système, ou les quantités de chaleur ou de travail qu'il faut lui fournir dans la transformation réversible $M \rightarrow N$: *il n'y a pas lieu de distinguer entre les grandeurs de l'une ou l'autre sorte, l'expérience ne distinguant pas les différentielles totales exactes des autres*[1]. Si l'on néglige les termes du second ordre, on peut écrire que les quantités dx, dy, dz sont liées par une relation linéaire:

$$dz = A\,dx + B\,dy. \qquad (1)$$

La valeur des coefficients A et B dépend de l'état considéré; avec l'approximation indiquée, on peut prendre la valeur qui correspond à un quelconque des états intermédiaires entre M et N (cf. § 7, *a*). Ces coefficients représentent précisément les quotients différentiels dont j'ai signalé tout à l'heure le rôle fondamental: pour déterminer le coefficient A, par exemple, on choisit une transformation MN correspondant à $dy = 0$, et on calcule le rapport des deux variations simultanées dz et dx.

Il est à remarquer que *cette définition est parfaitement concrète:* pour la traduire en une formule par une notation exactement appropriée, il suffit de rappeler dans la notation que *les variations* dz *et* dx *sont simultanées*, et qu'*elles correspondent à une transformation dans laquelle* dy *est nul*. Je rappelle le second fait par l'emploi de l'indice y (dx_y, dz_y); je considère que le premier est suffisamment indiqué par l'emploi du même symbole différentiel d, et je prendrai la précaution, lorsque je considérerai des transformations différentes, d'employer des symboles différentiels différents (dx, δx, Δx, ...).

Le principal avantage de la notation différentielle est que les symboles dx_y, dz_y,..., représentent des quantités ayant une existence concrète, qu'ils ont une signification propre et peuvent par suite être séparés au cours des calculs, de sorte qu'on peut écrire la relation de définition de A sous l'une ou l'autre des formes:

$$A = \frac{dz_y}{dx_y}, \text{ ou } dz_y = A\,dx_y.$$

Cette séparation n'aurait pas grand intérêt si l'on devait, pour chaque nouvelle transformation envisagée, introduire deux nouvelles quantités, si par exemple il fallait, pour deux transformations MN et MP correspondant respectivement à des variations $dy = 0$ et $\delta u = 0$ de deux grandeurs différentes y et u, considérer les 4 quantités dx_y, dz_y δx_u et δz_u. Mais on introduira la possibilité de simplifications intéressantes dans les calculs en imposant aux deux transformations MN et MP de correspondre à une même valeur de l'une des grandeurs étudiées, en posant, par exemple, soit $\delta x_u = dx_y$, soit $\delta z_u = dz_y$: j'indique cette convention dans les notations en supprimant l'indice de la quantité commune aux deux transformations et en employant le même symbole différentiel pour les deux transformations. Si j'ai choisi $\delta x_u = dx_y$, je dis que *j'ai choisi* dx *vomme variable indépendante*, et je désigne les 4 quantités envisagées par dx, dz_y, dx, dz_u; si j'ai choisi $\delta z_u = dz_y$, je dis que j'ai choisi dz comme variable indépendante et j'emploie les notations dx_y, dz, dx_u, dz.

La définition du quotient différentiel A se traduit donc, suivant que la variable indépendante reste arbitraire, ou est choisie égale à dx ou dy, par l'une ou l'autre des trois identités:

$$A = \frac{dz_y}{dx_y} = \frac{dz_y}{dx} = \frac{dz}{dx_y}. \qquad (2)$$

On voit immédiatement l'avantage de la notation différentielle: elle supprime les changements de variables, par le fait que les quantités écrites ont une signification physique indépendante de la convention mathématique que constitue le choix des variables; on se rendra facilement compte de la simplification apportée en démontrant et en écrivant, à côté des identités évidentes (2), les formules de la notation classique:

1. Cette distinction n'a de sens que si l'on se trouve amené à effectuer des intégrations pour une transformation finie ou à calculer la somme des grandeurs relatives aux quatre côtés d'un cycle infiniment petit, en tenant compte des termes du second ordre par rapport aux côtés du cycle.

$$\frac{\left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)_y}{\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)_y}=\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y=\frac{1}{\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y}.$$

La relation (1) donne de la même façon le quotient différentiel dy_z/dx_z correspondant à une transformation MQ dans laquelle on a $dz=0$. Avec les mêmes notations que précédemment, on écrira, suivant la variable indépendante choisie (dx, dy, ou du) :

$$-\frac{A}{B}=\frac{dy_z}{dx}=\frac{dy}{dx}=\frac{dy_z}{dx_z}. \qquad (3)$$

On peut également prendre dz comme variable indépendante, et envisager deux transformations MN et MP (fig. 1), définies l'une par $dx=0$, l'autre par $dy=0$, et correspondant à la même valeur de dz. Avec les notations employées, on a :

$$dz = A\,dx_y = B\,dy_x. \qquad (4)$$

De cette équation, on peut tirer le rapport dy_x/dx_y ; mais il faut bien noter que, au contraire du rapport dy_z/dx_z, qui ne fait intervenir qu'une transformation $dz=0$, *le rapport* dy_x/dx_y, *qui fait intervenir deux transformations distinctes* $dx=0$ *et* $\partial y=0$, *dépend essentiellement du choix de la variable dz. Il est donc nécessaire de rappeler ce choix dans la notation* ; c'est ce que je fais en mettant le rapport entre parenthèses, avec l'indice dz, et en écrivant :

$$\frac{A}{B}=\left(\frac{dy_x}{dx_y}\right)_{dz}. \qquad (5)$$

4. Identités fondamentales. a) *Cas de trois différentielles.* — La comparaison des formules (3) et (5) donne immédiatement l'identité :

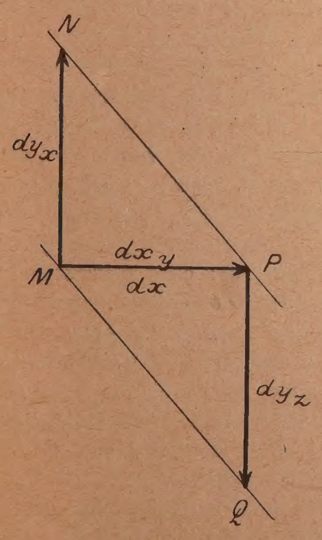


Fig. 1.

$$\left(\frac{dy_x}{dx_y}\right)_{dz}=-\frac{dy_z}{dx}. \qquad (6)$$

Cette identité est d'ailleurs évidente sur la figure 1, où les deux courbes MQ et NP sont deux courbes définies par l'équation différentielle $dz=0$, et où les deux quotients différentiels $\left(\frac{dy_x}{dx_y}\right)_{dz}$ et $\frac{dy_z}{dx}$ sont représentés par les rapports $\frac{MN}{MP}$ et $\frac{PQ}{MP}$. Elle est également évidente si l'on veut bien réfléchir que si les deux transformations dx_y et dy_x donnent la même variation dz, les deux transformations dx_y et $-dy_x$ donnent des variations opposées dz et $-dz$, et que leur ensemble représente une transformation à dz nul.

Si l'on compare cette dernière remarque de M. Raveau à la démonstration usuelle de la relation (6), écrite dans les traités classiques sous la forme :

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z=-\frac{\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x}{\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y},$$

on comprend immédiatement quel est l'avantage des notations que je propose sur les notations à dérivées partielles, qui dissimulent les faits les plus simples dans des formules tellement compliquées qu'ils cessent de nous paraître évidents.

b) *Cas de quatre différentielles : cycle triangulaire.* — Considérons des transformations auxquelles sont attachées quatre quantités dx, dy, dz, du, chaque transformation étant définie par les valeurs de deux d'entre elles. A partir d'un état M, considérons deux transformations MP et MN (fig. 2) correspondant à une même variation du, l'une avec $dy=0$, l'autre avec $dx=0$; d'après mes notations, la variable indépendante est du, et les quantités qui correspondent aux deux transformations sont respectivement :

Pour MP : dx_y, 0, dz_y

Pour MN : 0, dy_x, dz_x.

Considérons maintenant la transformation NP

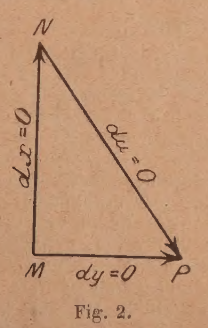


Fig. 2.

et désignons par des δ les grandeurs qui s'y rapportent. On a évidemment :

$$\delta u=0, \quad \delta x_u = dx_y, \quad \delta y_u = -dy_x \qquad (7)$$

et à un infiniment petit du second ordre près :

$$\delta z_u = dz_y - dz_x. \quad (8)$$

Des relations (7) et (8) on tire immédiatement les quotients différentiels correspondant à la transformation NP :

$$\frac{\delta z_u}{\delta x_u} = \left(\frac{dz_y - dz_x}{dx_y}\right)_{du}, \quad \frac{\delta z_u}{\delta y_u} = \left(\frac{dz_y - dz_x}{-dy_x}\right)_{du} \quad (9)$$

l'indice *du* ayant été écrit dans le second membre pour rappeler que la variable indépendante y est *du*. Si l'on veut exprimer les premiers membres en fonction de cette même variable indépendante, il suffit de les transformer à l'aide de l'identité (6), et l'on obtient les nouvelles expressions[1] :

$$\left(\frac{dz_x}{dx_z}\right)_{du} = \left(\frac{dz_x - dz_y}{dx_y}\right)_{du}, \quad \left(\frac{dz_y}{dy_z}\right)_{du} = \left(\frac{dz_y - dz_x}{dy_x}\right)_{du} \quad (10)$$

On remarquera d'ailleurs qu'on aurait pu se dispenser d'écrire séparément les quotients différentiels du type dz/dx et ceux du type dz/dy, les secondes identités de chacun des groupes (9) ou (10) se déduisant des premières par simple permutation de x et y. *Il y a là une symétrie dans les formules qui est généralement perdue de vue dans les notations usuelles, où les formules en* dQ/dv *et* $d\,Q/dp$ (voir § 5, *a*) *paraissent avoir des signes opposés.*

c) Cas de quatre différentielles. Identités du type de Reech. — Considérons maintenant deux cycles triangulaires, analogues à celui de la figure 2, et ayant un côté commun MP, les deux transformations NP et QP (fig. 3) correspondant la première à une différentielle $du = 0$, la seconde à une différentielle $dz = 0$. Les deux transformations MN et MQ correspondent toutes deux à $dx = 0$, et il y a proportionnalité entre les quantités qui leur correspondent; on peut écrire, avec des notations évidentes, l'identité :

$$\frac{dz_{MQ}}{dz_{MN}} = \frac{dy_{MQ}}{dy_{MN}}.$$

Comme on a, d'après les définitions mêmes des diverses transformations :

$$dz_{MQ} = dz_{MP}, \quad dy_{MQ} = dy_{PQ}, \quad dy_{MN} = dy_{PN},$$

on peut écrire cette même identité sous la forme :

$$\frac{dz_{MP}}{dz_{MN}} = \frac{dy_{PQ}}{dy_{PN}}.$$

Les deux transformations MP et MN correspon-

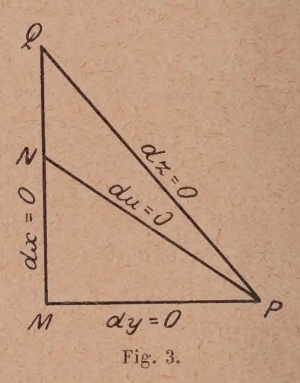


Fig. 3.

dent à une même valeur de *du*, les deux transformations PQ et PN à une même valeur de *dx*. Avec mes notations, l'identité obtenue s'écrit donc :

$$\left(\frac{dz_y}{dz_x}\right)_{du} = \left(\frac{dy_z}{dy_u}\right)_{dx}. \quad (11)$$

5. **Applications des identités fondamentales.** — J'aurais pu — et c'est ce que l'on fera en général dans un Cours de Thermodynamique pour bien montrer la signification concrète des grandeurs et des transformations envisagées — établir les identités précédentes en raisonnant directement sur des variations de volume, de pression, de température, des quantités de chaleur, etc. Si je ne l'ai pas fait, c'est surtout pour bien mettre en évidence un des faits importants sur lesquels M. Raveau a attiré l'attention, et qui est que *les relations écrites n'ont rien de spécifiquement thermodynamique, qu'elles n'ont pas la signification physique des équations d'une « Energétique générale »*, mais que *ce sont de simples et banales identités algébriques :* elles n'expriment rien d'autre que la proportionnalité entre elles, à des infiniment petits du 2e ordre près, des différentes quantités qui correspondent à deux transformations élémentaires ne dépendant que d'une seule variable et l'égalité, à la même approximation, de deux transformations élémentaires successives et de la transformation résultante.

Je vais maintenant montrer par quelques exemples comment les identités fondamentales du paragraphe précédent fournissent les identités classiques lorsqu'on y précise la signification des quantités *dx, dy, dz, du.* J'insiste auparavant encore

1. Dans le calcul précédent, j'ai considéré comme indépendantes des quantités qui ne le sont pas en réalité ; la transformation NP, que j'ai caractérisée par le symbole δ, est entièrement définie par la variation *du* qui caractérise les transformations MN et MP. L'emploi de deux symboles distincts d et δ permet de mettre en évidence, dans la formule (9), le fait que les quotients différentiels qui figurent dans les deux membres sont définis par des différentielles indépendantes les unes des autres. Cet emploi est souvent avantageux pour les démonstrations, où il évite les changements de variable ; mais il ne paraît pas utile de maintenir la double notation d et δ dans les formules finles : c'est pourquoi j'écris les deux membres des formules (10) avec le même symbole d. Il n'en est pas moins évident, puisque la formule ne contient que des quotients différentiels, que les différentielles qui figurent dans les deux membres peuvent être évaluées dans des transformations correspondant à des valeurs différentes *du* et δu de la variable indépendante.

une fois sur le fait que ces 4 quantités jouent exactement le même rôle et que *toutes les permutations possibles peuvent être faites entre les différentes lettres des formules que j'obtiendrai, sans qu'on ait à distinguer les différentielles totales exactes ou non.*

a) *Relations entre les coefficients calorimétriques.* — Avec mes notations, les coefficients des formules calorimétriques usuelles sont définis par les relations :

$$\left.\begin{array}{l} C = \dfrac{dQ_p}{dt}, \quad c = \dfrac{dQ_v}{dt}, \quad l = \dfrac{dQ_t}{dv}, \quad h = \dfrac{dQ_t}{dp} \\ \lambda = \dfrac{dQ_p}{dv}, \quad \varkappa = \dfrac{dQ_v}{dp}. \end{array}\right\} \quad (12)$$

On peut d'ailleurs aussi bien écrire ces relations en prenant dQ comme variable indépendante :

$$\left.\begin{array}{l} C = \dfrac{dQ}{dt_p}, \quad c = \dfrac{dQ}{dt_v}, \quad l = \dfrac{dQ}{dv_t}, \\ \lambda = \dfrac{dQ}{dv_p}, \quad \varkappa = \dfrac{dQ}{dp_v}, \quad h = \dfrac{dQ}{dp_t}. \end{array}\right\} \quad (13)$$

En divisant membre à membre les relations écrites l'une au dessous de l'autre, et utilisant le changement de variables rappelé par les identités (2), on obtient immédiatement les trois identités classiques :

$$\frac{C}{\lambda} = \frac{dv_p}{dt}, \quad \frac{c}{\varkappa} = \frac{dp_v}{dt}, \quad \frac{l}{h} = \frac{dp_t}{dv}. \quad (14)$$

Si dans les relations (9) on remplace x, y, z, u respectivement par v, p, Q, t, on obtient, en exprimant les quantités de chaleur à l'aide des formules (12), les deux autres identités classiques :

$$l = \frac{(C-c)dt}{dv_p}, \quad h = -\frac{(C-c)dt}{dp_v}. \quad (15)$$

Si dans la première des identités (10) on remplace x, y, z, u par Q, v, p, t, on obtient l'identité utilisée pour calculer le rapport $(C/c) = (dQ_p/dQ_v)_{dt}$ par l'expérience de Clément et Desormes :

$$\left(\frac{dp_Q}{dQ_p}\right)_{dt} = \left(\frac{dp_Q - dp_v}{dQ_v}\right)_{dt}, \text{ u } \left(\frac{dQ_p}{dQ_v}\right)_{dt} = \left(\frac{dp_Q}{dp_Q - dp_v}\right)_{dt}, \quad (16)$$

De même, en y remplacant x, y, z, u par v, p, Q, t, l'identité (11) fournit l'identité de Reech :

$$\left(\frac{dQ_p}{dQ_v}\right)_{dt} = \left(\frac{dp_Q}{dp_t}\right)_{dv}. \quad (17)$$

b) *Application à un condensateur à diélectrique fluide.* — Les différentes identités fondamentales, n'ayant rien de spécifiquement thermodynamique, peuvent s'appliquer à un phénomène quelconque, pourvu que les transformations envisagées ne dépendent que de deux variables. C'est ainsi, pour reprendre un exemple étudié par M. Raveau, qu'on peut appliquer l'identité (11) à un condensateur à diélectrique fluide portant la charge m sous le potentiel V.

Considérons d'abord des opérations s'effectuant toutes à température constante, et remplacons dans la formule (11) x, y, z, u par p, v, m, V ; elle devient :

$$\left(\frac{dm_V}{dm_p}\right)_{dV} = \left(\frac{dv_m}{d\ V}\right)_{dp}. \quad (18)$$

Le rapport des capacités électriques isothermes à volume constant et à pression constante est égal au rapport des compressibilités isothermes à charge et à potentiel constant.

On obtiendrait évidemment encore la même relation en envisageant des transformations toutes adiabatiques.

Si l'on considère des transformations s'effectuant toutes à pression constante, on peut remplacer x, y, z, u par t, Q, m, V, on obtient :

$$\left(\frac{dm_Q}{dm_t}\right)_{dV} = \left(\frac{dQ_m}{dQ_V}\right)_{dt}. \quad (19)$$

Le rapport des capacités électriques adiabatique et isotherme est égal au rapport des capacités calorifiques à charge constante et à potentiel constant.

De même en remplacant m par v, on obtient :

$$\left(\frac{dv_Q}{dv_t}\right)_{dV} = \left(\frac{dQ_v}{dQ_V}\right)_{dt}. \quad (20)$$

Le rapport des électrostrictions adiabatique et isotherme est égal au rapport des capacités calorifiques à volume constant et à potentiel constant.

On pourrait faire encore d'autres permutations; il me semble inutile de multiplier les exemples, je me contenterai d'insister une fois de plus sur le fait que *toutes ces relations ne sont que de simples identités algébriques, n'exprimant absolument rien de la nature physique des phénomènes ni des lois de la Thermodynamique.*

6. **Théorème de Carnot; relations du premier ordre.** — Je n'indiquerai pas ici quels énoncés M. Raveau donne des principes de la Thermodynamique, ou plutôt comment une analyse pénétrante de ces principes lui permet de montrer qu'ils ne contiennent rien d'autre que l'expression des vérités les plus banales que puissent nous suggérer notre bon sens et notre croyance au déterminisme. Je me bornerai à montrer comment les notations que j'ai proposées se prêtent particulièrement bien à la traduction de ce que M. Raveau appelle le théorème de Carnot, c'est-à-dire de l'égalité qui exprime la réversibilité des phénomènes.

a) *Cycle triangulaire à base isotherme.* Considérons un cycle triangulaire réversible MNP quelconque, à côtés infiniment petits, ayant pour base une portion d'isotherme NP (fig. 4), à laquelle correspond une quantité de chaleur dQ ; dési-

gnons par d^2w le double de l'aire du cycle dans le plan des p, v, et par dt la différence de température, mesurée sur une échelle quelconque, entre le sommet M et l'isotherme NP. M. Raveau montre que si l'on se borne pour chaque infiniment petit

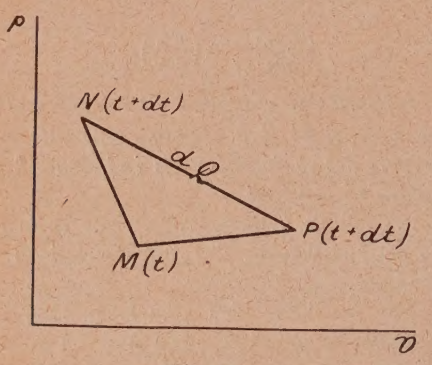


Fig. 4.

au terme principal, on peut exprimer le théorème de Carnot en disant que la valeur du rapport $d^2w/dQ\ dt$ est indépendante de la nature du corps et de la forme du cycle et ne dépend que de la température. Il peut alors définir la température thermodynamique T par l'équation différentielle :

$$T\, d^2w = J\, dQ\, dT. \tag{21}$$

Une fois la température thermodynamique connue, on peut étudier les propriétés des corps par l'application de la relation (21), et les deux quantités dQ et dT sont deux variables indépendantes, définissant en somme la base NP et la hauteur MH du triangle.

Je me bornerai ici, à titre d'exemple, à montrer comment la considération d'un seul cycle, triangulaire rectangle (fig. 5), permet d'établir les différentes formules classiques du premier ordre. Si l'on désigne par dv et dp les longueurs des deux côtés $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{MN}$, le double de l'aire d'un tel cycle est $dp\ dv$, et la relation (21) établit entre les quatre quantités marquées sur la figure 5 la relation :

$$T\, dp\, dv = J\, dT\, dQ. \tag{22}$$

On peut d'abord mettre cette équation sous la forme d'une relation entre les rapports dQ/dv et dp/dT. On peut considérer les deux quantités dQ et dv comme correspondant toutes deux à la transformation isotherme N → P, les quantités dp et dT comme correspondant à la transformation isochore M → N, de sorte que la relation (22) devient la première formule de Clapeyron :

$$\frac{dQ_T}{dv} = \frac{T}{J}\frac{dp_v}{dT}. \tag{23}$$

Si au contraire on considère dQ et $-dp$ comme correspondant à N → P, et dv et dT comme correspondant à M → P, la relation (22) devient la seconde formule de Clapeyron :

$$\frac{dQ_T}{dp} = -\frac{T}{J}\frac{dv_p}{dT}. \tag{24}$$

Si enfin on exprime tout en fonction de la

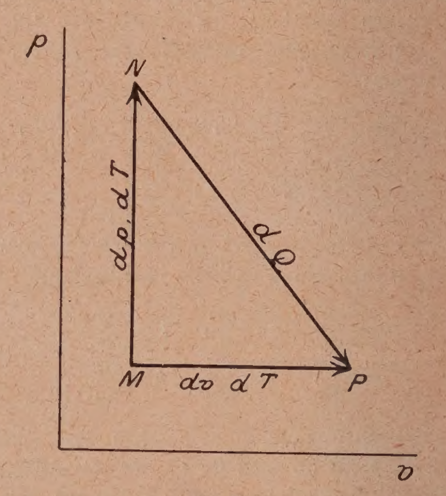


Fig. 5.

quantité dT, qui suffit à déterminer le cycle, en calculant dQ par la formule (8), on obtient la relation de Robert Mayer généralisée :

$$J(C - c)dT^2 = T\, dp_v\, dv_p. \tag{25}$$

Si l'on suppose le cycle défini par la quantité dv, la différence de température doit être notée $d\Gamma_p$, la quantité de chaleur $(C - c)aT_p^2$, et en vertu de l'identité (6), la différence de pression est $-dp_T$, de sorte que la formule de Robert Mayer s'écrit :

$$J(C - c)dT_p^2 = -T\, dp_T\, dv, \text{ou } C - c = -\frac{T}{J}\left(\frac{dv}{dT_p}\right)^2 \frac{dp_T}{dv}, \tag{26}$$

formule qui permet le calcul de $C - c$ à partir des quotients différentiels dv_p/dT et dp_T/dv, dont les valeurs numériques figurent dans les Tables de Constantes.

On voit par cet exemple quelle est la souplesse de la notation différentielle, qui permet, *sans aucun calcul de changement de variables*, de passer de l'une à l'autre des quatre formules classiques (23) à (26).

b) *Cycle triangulaire quelconque.* — Si le cycle MNP est défini par deux transformations quelconques M → N (dp, dv, dT, dQ) et M → P (δp, δv, δT, δQ), la relation générale du cycle triangulaire, donnée par M. Raveau, est :

$$T(dp\,\delta v - dv\,\delta p) = J(dT\,\delta Q - dQ\,\delta T). \tag{27}$$

Cette relation prend la forme (21) lorsqu'on y fait $dT = \delta T$; on obtient des simplifications ana-

logues en choisissant les deux transformations MN et MP de façon que la transformation NP soit adiabatique ($d\,Q = \delta\,Q$), isochore ($dv = \delta v$) ou isobare ($dp = \delta p$). Il est d'ailleurs souvent commode de se représenter géométriquement la relation (27), en traçant le cycle triangulaire, non seulement sur le diagramme de Clapeyron en p, v, mais encore sur un *diagramme thermique* où les transformations M → N et M → P sont représentées (fig. 6 *b*) par les vecteurs ayant respectivement pour projections sur les axes dQ et dT, δQ et δT : la relation (27) exprime que le rapport des aires des deux triangles obtenus dans les deux diagrammes est égal à T/J. Sous cette forme, on

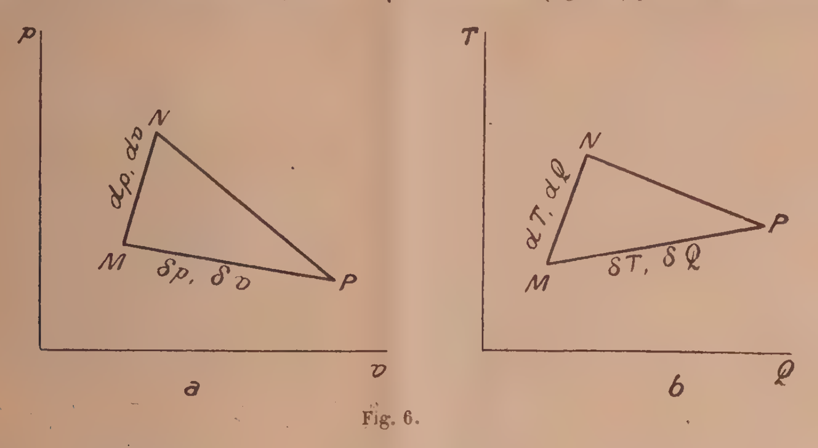


Fig. 6.

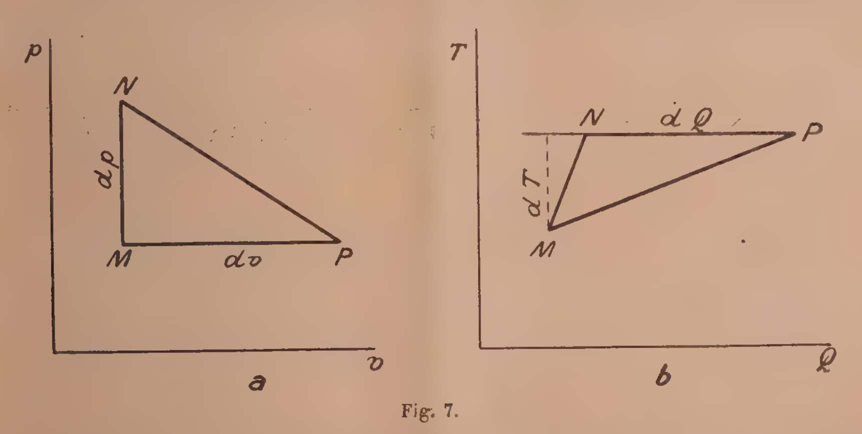


Fig. 7.

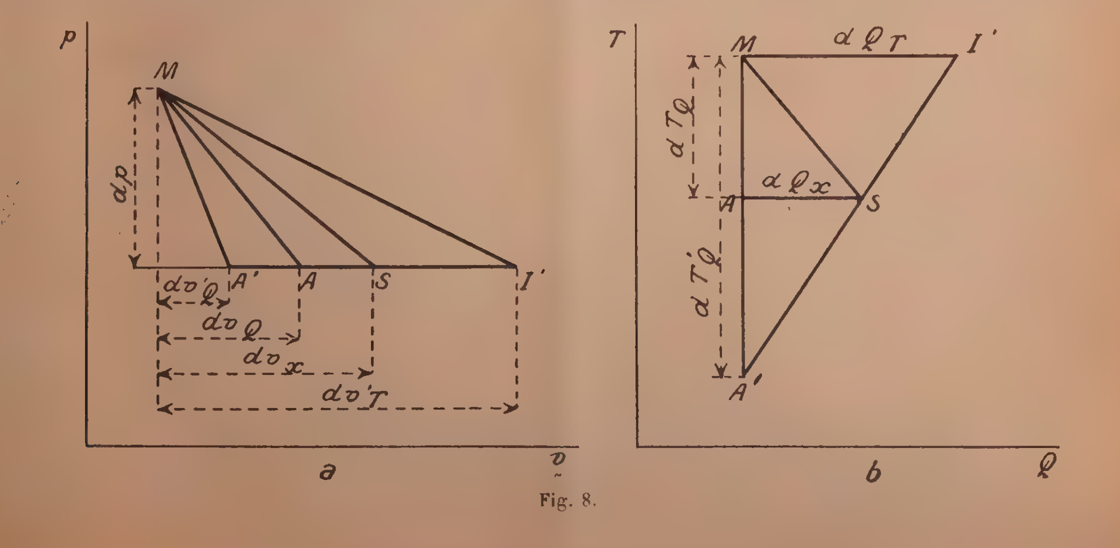


Fig. 8.

voit immédiatement la possibilité de remplacer la relation (27) par d'autres relations, dans lesquelles on n'emploie pas les mêmes côtés du triangle au calcul des deux aires; c'est à ce dernier type qu'appartient la relation (22), que représente la figure 7[1].

Je donnerai comme exemple l'étude de quelques transformations relatives aux vapeurs humides. A partir d'un point M (fig. 8), je considère les transformations suivantes correspondant toutes à une même valeur $dp = \overrightarrow{MH}$: une transformation adiabatique MA à modifications internes libres (dv_Q, dT_Q), une transformation adiabatique MA′(dv'_Q, dT'_Q,) et une transformation isotherme MI′ (dv'_T, dQ'_T) à modifications internes entravées et enfin une transformation MS à titre constant (dv_x, dQ_x, $dT_x = dT_Q$) que l'on peut aussi bien considérer comme stable (notations non accentuées) ou métastable (notations accentuées). Il est donc possible d'appliquer la relation (27) successivement aux triangles MSA', MSA, MI'S et MI'A'; on obtient :

(triangle MSA′) $T(dv_x - dv'_Q)\,dp = J\,dT'_Q\,dQ_x$ (28)
(triangle MSA) $T(dv_x - dv_Q)\,dp = J\,dT_Q\,dQ_x$ (29)
(triangle MI′S) $T(dv'_T - dv_x)\,dp = J\,dT_Q\,dQ'_T$ (30)
(triangle MI′A′) $T(dv'_T - dv'_Q)\,dp = J\,dT'_Q\,dQ'_T$ (31)

En divisant membre à membre les équations (28) et (31) d'une part, (29) et (30) d'autre part, on obtient facilement, entre les différents dv, des relations que j'écris en y introduisant les différents segments de la figure 8 *a* :

$$\frac{A'S}{A'I'} = \frac{AS}{SI'} = \frac{A'A}{A'S} = \frac{dQ_x}{dQ'_T} \qquad (32)$$

En tirant A'A de la dernière des relations (32) et de l'équation (28), ou en le calculant par soustraction des équations (28) et (29), on obtient la *réfraction de l'adiabatique* sous la double forme :

$$T(dv_Q - dv'_Q)dp = J dT'_Q \frac{dQ_x^2}{dQ'_T} = J(dT'_Q - dT_Q)dQ_x \qquad (33)$$

1. On aurait pu obtenir un rapport des aires indépendant de la température en prenant comme coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MN}$ les quantités dQ/T et dT ; le diagramme thermique employé serait alors celui qui est connu sous le nom de diagramme eutropique. Mais, si la constance du rapport des aires est essentielle lorqu'on étudie des transformations finies, si elle est commode lorsqu'on veut évaluer les termes infiniment petits d'ordre supérieur, elle n'a aucun intérêt lorsqu'on étudie des transformations infiniment petites et qu'on se borne aux termes du premier ordre; il vaut donc mieux employer un diagramme traduisant directement les données expérimentales. Il convient seulement de bien voir que les indications T,Q portées sur les axes ne veulent pas dire qu'on porte, à partir de l'origine, les valeurs T,Q de certaines fonctions, mais seulement qu'on porte parallèlement aux directions ainsi notées, à partir du point M, les valeurs des quantités dT, dQ, qui correspondent à des transformations élémentaires partant de l'état **M**.

Toutes les quantités correspondent ici au même dp; si l'on veut faire apparaître d'une part les pentes des adiabatiques, d'autre part les quotients différentiels usuels $m' = dQ_x/dT$ et $C = dQ'_p/dT$, on remarquera d'abord que ce dernier est égal à $-dQ'_T/dT'_Q$ en vertu de la relation (6), et on obtiendra, en divisant les deux membres de la première relation (33) par $T\,dp^2$:

$$\frac{dv_Q}{dp} - \frac{dv'_Q}{dp} = -\frac{T}{J}\left(\frac{dT}{dp}\right)^2\left(\frac{dQ_x}{dT}\right)^2\frac{dT}{dQ'_p}. \qquad (34)$$

c) *Cycles triangulaires isothermes.* — Considérons maintenant des transformations isothermes réversibles à deux variables indépendantes, telles que celles qu'on envisage par exemple dans la théorie de l'électrostriction isotherme (fig. 9). A partir d'un certain état M, envisageons deux trans-

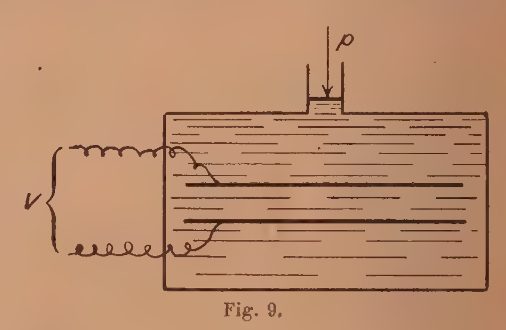


Fig. 9.

formations MN et MP correspondant respectivement aux variations de volume, de pression, de charge du condensateur et de différence de potentiel dv, dp, dm, dV et δv, δp, δm, δV. La relation fondamentale du cycle triangulaire est alors :

$$dp\,\delta v - dv\,\delta p = dV\,\delta m - dm\,\delta V. \qquad (35)$$

Elle exprime que l'aire du cycle MNP est la même sur les deux diagrammes p, v et V, m.

Pour définir les deux transformations MN et MP, il faut se donner pour chacune d'elle deux des quatre quantités écrites, par exemple dv et dm d'une part, δv et δm d'autre part. Choisissons $dm = 0$ et $\delta v = 0$. Avec mes notations, la relation (35) devient :

$$-dv\,\delta p_v = dV_m\,\delta m \quad \text{ou} \quad \frac{dV_m}{dv} = -\frac{\delta p_v}{\delta m} \qquad (36)$$

Choisissons au contraire $dp = 0$ et $\delta V = 0$. La relation (35) devient :

$$-dv_p\,\delta p = dV\,\delta m_V, \quad \text{ou} \quad \frac{dv_p}{dV} = -\frac{\delta m_V}{\delta p}. \qquad (37)$$

La relation générale (35) *fournit ainsi immédiatement les deux relations classiques* (36) *et* (37) *que la théorie classique d'Helmholtz-Lipmann déduit l'une de l'autre par un calcul de changement de variables assez compliqué.* Elle fournirait avec la

même facilité les relations correspondant aux combinaisons de variables v, V et p, m :

$$\frac{dp_v}{dV} = \frac{\delta m v}{\delta v}, \qquad \frac{dV_m}{dp} = \frac{\delta v_p}{\delta m}. \qquad (38)$$

7. **Relations du second ordre.** — *a*) *Discussion des relations du premier ordre.* — Dans toutes les relations qui précèdent, je n'ai égalé que les parties principales des différentes quantités considérées ; dans une relation telle que $dQ_p = C\,dT$, qui donne la quantité de chaleur relative à une transformation MP à pression constante, on peut, à l'approximation faite jusqu'ici, prendre pour C la chaleur spécifique à

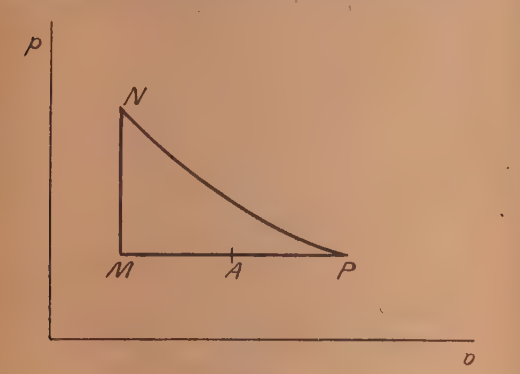


Fig. 10.

pression constante en un point quelconque de la transformation MP : la valeur de dQ_p ainsi calculée ne diffère que d'un infiniment petit du second ordre de la valeur réelle. L'erreur est évidemment réduite au 3e ordre si l'on a soin de prendre la valeur de C qui correspond au milieu A du segment MP (fig. 10).

De même, si nous écrivons le principe de Carnot sous la forme (21) relative au cycle triangulaire MNP, $T\,d^2w = J\,dQ\,dT$, nous ne négligeons que des termes du 3e ordre, et nous pouvons, avec cette précision, considérer l'aire MNP comme égale au demi-produit des côtés MP et MN. Mais, *si nous voulons tenir compte des termes du 3e ordre, il est nécessaire de revenir* (fig 11) *à la considération du cycle de Carnot* ABCD [1], dont l'aire d^2w est rigoureusement égale à $J\frac{dQ}{T}dT$, la quantité $\frac{dQ}{T}$ étant d'ailleurs la même pour toutes les isothermes AB, CD et MN limitées par les deux adiabatiques AC et BD. Désignons par dv la variation de volume correspondant à l'une des transformations isothermes AB, MN ou CD, et par dp la variation de pression correspondant à l'une des transformations à volume constant AA', BB' ou PQ, ces deux différentielles, qui sont indépendantes, étant toutes deux du premier ordre : le produit $dp\,dv$ est égal, à un infiniment petit près du 3e ordre, à l'aire d^2w. L'erreur est réduite au 4e ordre si dv est mesuré sur l'isotherme MN correspondant à la température moyenne et dp sur la transformation PQ correspondant au milieu O de MN ; autrement dit, en appelant T la température de l'état O, en désignant par des δ les variations qui sont relatives à MN, et par des d celles qui sont relatives à PQ, on a, *à des termes du 4e ordre près :*

$$T\,dp_v\,\delta v = J\,\delta Q_T\,dT\,;$$

on peut encore écrire :

$$\frac{1}{T}\frac{\delta Q_T}{\delta v} = \frac{1}{J}\frac{dp_v}{dT}, \qquad (39)$$

[1]. J'ai représenté dans la figure 10 l'isotherme NP par une courbe, l'aire comprise entre cette courbe et sa corde étant du 3e ordre, et n'étant pas négligeable à l'approximation cherchée. Dans la figure 11, j'ai au contraire représenté les différentes courbes par des droites : les aires comprises entre deux courbes opposées et leurs cordes respectives ne diffèrent entre elles que d'une quantité du 4e ordre et cette différence, qui interviendrait seule dans le calcul, est négligeable.

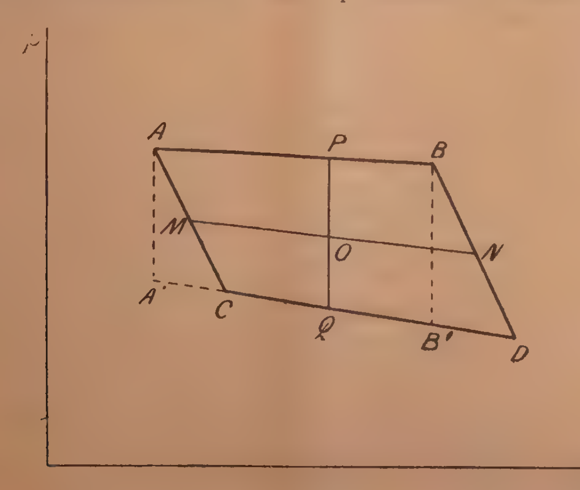


Fig. 11.

les *deux membres ne différant que par des termes du second ordre si les quotients différentiels sont évalués pour des transformations dont les milieux coïncident.*

b) *Etablissement des relations du second ordre.* — Ces remarques vont me permettre d'établir les relations du second ordre, en étudiant des cycles quadrangulaires convenablement choisis. Cette étude peut se faire en comparant le cycle quadrangulaire à un cycle de Carnot; mais il est en général plus simple d'écrire que la somme des quantités dQ/T relatives aux quatre côtés du cycle est nulle. Je n'indiquerai pas ici comment M. Raveau passe de l'énoncé employé pour le premier ordre à l'énoncé $\Sigma\, dQ/T = 0$; je signalerai simplement qu'il suffit pour cela de transformer la relation du type (21) qui traduit directement la réversibilité en y remplaçant l'aire d^2w par la quantité du second ordre $J\,\Sigma\, dQ$, qui lui est rigoureusement égale en vertu du principe de l'équivalence, et je préciserai que la quantité $\Sigma\, dQ/T$ est infiniment petite du 3ᵉ ordre lorsqu'on affecte à chaque quantité de chaleur dQ la température T du milieu de la transformation à laquelle elle correspond.

Ceci posé, je considère un cycle quadrangulaire ABCD (fig. 12) dont les deux côtés AB et CD sont deux transformations isothermes aux deux températures $T + \frac{dT}{2}$ et $T - \frac{dT}{2}$, et les deux côtés BC et DA deux transformations isochores pour lesquelles les volumes diffèrent de dv : les deux différentielles dv et dT sont deux quantités indépendantes dont les grandeurs définissent le cycle quadrangulaire. Je vais évaluer pour ce cycle, au 3ᵉ ordre près, la quantité $\Sigma\, dQ/T$, pour le sens de parcours indiqué par les flèches.

Prenons d'abord les deux côtés DA et BC, dont les milieux correspondent à la même température T : nous avons à diviser par T la différence des deux quantités dQ_v correspondant aux deux transformation $D \to A$ et $C \to B$, c'est-à-dire correspondant à un même dT, pour une même température T et deux volumes différant de $- dv$. C'est là une différentielle seconde, que je désigne, en généralisant la notation employée pour le premier ordre,

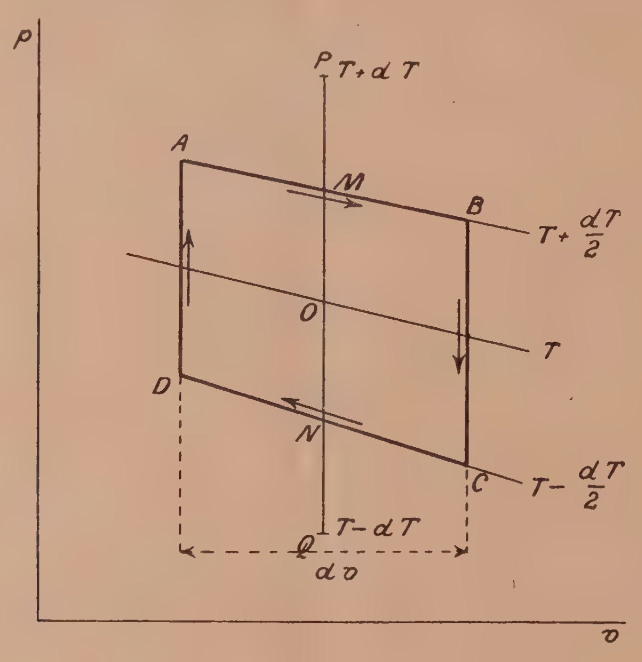


Fig. 12.

par $- d^2Q_{v,T}$. J'obtiens ainsi un premier terme égal, au 3ᵉ ordre près, à $- d^2Q_{v,T}/T$.

Prenons maintenant les deux côtés isothermes : il faut faire la différence des deux quantités dQ_T/T correspondant aux deux transformations $A \to B$ et $D \to C$. D'après la relation (39), ces quantités sont égales à $\frac{1}{J}\frac{dp_v}{dT}\,dv$, les variations dp_v étant évaluées pour deux transformations $O \to P$ et $Q \to O$ ayant respectivement pour milieu les milieux M et N des côtés AB et CD ; ces deux variations dp_v correspondent à un même volume, à une même élévation de température dT, et à des températures moyennes différant de dT : leur différence est une nouvelle différentielle seconde, que je désigne par $d^2p_{v_2}$. J'obtiens ainsi un second terme, égal, au 3ᵉ ordre près, à $\frac{1}{J}\frac{dv}{dT}\,d^2p_{v_2}$.

En écrivant maintenant que la somme des quan-

tités dQ/T est nulle, j'obtiens la relation classique du second ordre sous la forme :

$$\frac{d^2Q_{vT}}{T} = \frac{1}{J}\frac{dv}{dT}\,d^2p_{v_2}. \qquad (40)$$

Si l'on veut n'avoir dans les relations que des quotients différentiels, on remarquera que la différentielle seconde $d^2Q_{v,T}$ est proportionnelle à la fois aux deux variations indépendantes dv et dT, tandis que $d^2p_{v_2}$ est proportionnel à dT^2, et l'on écrira :

$$\frac{1}{T}\frac{d^2Q_{v,T}}{dTdv} = \frac{1}{J}\frac{d^2p_{v_2}}{dT^2}. \qquad (41)$$

Si d'ailleurs l'on craint la possibilité de confusions tenant à ce que la différentielle seconde $d^2Q_{v,T}$ n'est pas égale à $d^2Q_{T,v}$ (leur différence est précisément l'aire du cycle, qui est aussi du second ordre), il est facile de remplacer dès le début du raisonnement les quantités dQ_v par $c\,dT$ et leur différence par $dc_T\,dT$, de façon à arriver à la forme classique :

$$\frac{1}{T}\frac{dc_T}{dv} = \frac{1}{J}\frac{d^2p_{v_2}}{dT^2}. \qquad (42)$$

L'essentiel est que, *de même que l'application de l'énoncé de M. Raveau au cycle triangulaire permet d'obtenir directement les formules du type de Clapeyron, de même l'application de la relation* $\Sigma\, dQ/T = 0$ *au cycle quadrangulaire permet d'arriver directement à la relation du second ordre* (40) *ou* (42). Dans l'un comme dans l'autre cas, la démonstration ne comporte aucun calcul algébrique, elle n'exige pas qu'on établisse des relations intermédiaires, contenant des quantités inutiles qu'il faudra éliminer ensuite.

8. **Conclusion.** — Les quelques formules que j'ai données dans cet article représentent à peu près tous les types de formules que l'on a à établir dans la Thermodynamique théorique. Des problèmes nettement différents, pouvant demander des procédés de calcul différents, ne pourront guère se trouver que dans les applications de la Thermodynamique. Il est certain que si l'on a représenté l'ensemble des propriétés d'un gaz par une équation caractéristique empirique, exprimant la pression comme une fonction de la température et du volume, il sera commode pour les calculs de remarquer que les quotients différentiels dp_v/dT et dp_T/dv sont représentés mathématiquement par les dérivées partielles $\partial p/\partial T$ et $\partial p/\partial v$. Il est également certain que si l'on veut suivre la détente adiabatique de la vapeur d'eau de la chaudière au condenseur d'une machine, il sera bon de savoir que la différentielle dQ ne s'intègre pas, tandis que la différentielle dQ/T peut s'intégrer. Mais ce sont là des remarques qui, si elles sont commodes pour les applications, ne sont utiles en rien pour l'établissement des formules fondamentales, et qui ne doivent être faites, dans un enseignement rationnel de la Thermodynamique, qu'après que les élèves ont compris quelle est la signification physique de ces formules.

Les quelques exemples que j'ai donnés suffisent à montrer la possibilité de conduire tous les raisonnements thermodynamiques dans la notation différentielle : non seulement on supprime ainsi un symbolisme mathématique sans signification physique, mais encore on gagne presque toujours en facilité de raisonnement et en simplicité d'écriture. Il ne saurait d'ailleurs en être autrement, du moment où l'on écarte l'analyse délicate des mathématiciens pour laisser reparaître les réalités physiques extrêmement simples que contiennent les cours classiques de Thermodynamique de nos Facultés et de nos Instituts Techniques. Il me semble qu'il est difficile à un élève de ne pas comprendre, à l'examen de la figure 3, que la formule de Reech n'est qu'une identité digne de M. de La Palisse, et de ne pas voir que les relations du premier ordre traduisent directement l'énoncé même de Carnot avec l'approximation suivant laquelle l'aire d'un triangle curviligne est égale au demi-produit de sa base par sa hauteur. Il me semble également facile de faire concevoir qu'on ne peut obtenir une approximation plus grande qu'en appliquant l'énoncé uniquement à des cycles de Carnot, et que l'emploi de la relation $\Sigma\, dQ/T = 0$ revient, suivant une démonstration classique, à décomposer le cycle étudié en cycles de Carnot.

Je conclurai donc cet article en demandant, avec M. Raveau, que l'enseignement de la Thermodynamique soit dégagé des accessoires inutiles sous lesquels Clausius et ses successeurs ont dissimulé depuis un demi-siècle l'œuvre géniale de Carnot, et en souhaitant l'adoption en France d'un mode d'exposition concret qui fasse comprendre et aimer cette science par tous nos étudiants, futurs physiciens et futurs ingénieurs.

G. Bruhat,

Professeur à l'Ecole normale supérieure.

L'IDÉE GÉNÉRALE DE LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE ET DE L'UNIVERS A CINQ DIMENSIONS

1. **La synthèse de l'optique et de la mécanique.** — La théorie des quanta, qui, pendant quelques années, avait subi un arrêt de développement, est entrée en 1923, avec L. de Broglie, puis Schrœdinger et ses émules, dans une phase nouvelle; et l'édification de cette *mécanique ondulatoire* modifie profondément nos conceptions générales sur le monde physique. Tout en conservant la structure discontinue de l'électricité (électrons et protons), les théories actuelles résument l'ancienne physique en deux équations aux dérivées partielles :

1° L'*équation de propagation*, déduite des six équations de Maxwell, qui contient toute l'optique classique et dont l'expression la plus simple (et la plus concrète) est bien connue sous le nom d'« équation des cordes vibrantes »;

2° L'*équation de Hamilton-Jacobi*, qui englobe toute la mécanique sous une forme particulièrement féconde.

La mécanique ondulatoire a précisément pour objet de condenser dans une même synthèse l'optique et la mécanique, considérées, jusqu'à ce jour, comme deux groupes *indépendants* de phénomènes. Un de ses plus récents progrès a consisté à montrer que l'équation de propagation, dans le cas général, nécessite la considération d'un *univers à cinq dimensions*.

Personne n'ignore que la physique moderne s'appuie sur des mathématiques extraordinairement complexes et, même, que les physiciens sont parfois obligés de construire de nouvelles mathématiques au fur et à mesure de leurs besoins. Comme nous ne supposons chez le lecteur qu'un minimum de connaissances (les imaginaires et la notion d'équation aux dérivées partielles), nous serons naturellement contraints de nous placer dans les cas les plus simples : en optique, nous ne quitterons pas le domaine de l'optique géométrique et même les faisceaux de rayons parallèles; en mécanique, après avoir fait allusion à un mouvement à accélération constante, nous nous confinerons dans le mouvement rectiligne uniforme.

Ainsi conçue, cette courte initiation est incapable de faire comprendre les vertus explicatives des nouvelles théories; mais ces exemples très simples n'en permettent pas moins de préciser nettement le mécanisme par lequel ces problèmes se sont introduits.

2. **L'équation des cordes vibrantes.** — L'équation de propagation des ondes électromagnétiques, dans la théorie classique, se présente, sous sa forme la plus simple, dans la vibration d'une corde longue, fine et souple. Si cette corde est dirigée suivant l'axe des x, on a :

$$\frac{\partial y^2}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}; \qquad (1)$$

y est l'élongation transversale, t le temps; la constante v est homogène à une vitesse. Physiquement parlant, l'équation (1) exprime que l'écart y de la corde, en chacun de ses points, dépend de la position x du point considéré et du temps.

Il est facile de transformer l'équation (1) à deux variables en une équation à une seule variable; on pose tout simplement :

$$y = \mathrm{Y}e^{i2\pi ft} = \mathrm{Y}\exp(i2\pi ft), \qquad (2)$$

où Y ne dépend pas de t; f est une fréquence (homogène à l'inverse d'un temps) et $i=\sqrt{-1}$. Dérivons alors (2) à deux reprises[1] :

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \mathrm{Y}i2\pi f\exp(i2\pi ft)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\mathrm{Y}4\pi^2 f^2\exp(i2\pi ft); \qquad (3)$$

comme, d'autre part, d'après (2) on peut écrire[2] :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \exp(i2\pi ft)\frac{\partial^2 \mathrm{Y}}{dx^2}, \qquad (4)$$

il vient, en portant (3) et (4) dans (1) :

$$\frac{\partial^2 \mathrm{Y}}{\partial x^2} = -\frac{4\pi^2 f^2}{v^2}\mathrm{Y}; \qquad (5)$$

cette dernière équation est une forme particulière de l'équation d'Euler.

L'intégration des équations (1) ou (5) n'offre aucune difficulté; on vérifiera qu'elles sont satisfaites pour :

$$y = y_0 \exp\left(i\frac{2\pi f}{v}x\right)\exp(i2\pi ft) \qquad (1')$$

$$\mathrm{Y} = y_0 \exp\left(i\frac{2\pi f}{v}x\right), \qquad (5')$$

1. On déduit de (2) et de (3) :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial^2 t} = -4\pi^2 f^2 y \qquad (3')$$

2. Et aussi :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{y}{\mathrm{Y}}\frac{\partial^2 \mathrm{Y}}{\partial x^2}. \qquad (4')$$

Puisque toutes ces équations sont des cas particuliers d'expressions plus générales, nous avons conservé systématiquement les ∂ (ronds), sans les remplacer par des d (droits), comme il aurait fallu le faire, en toute rigueur, pour les seconds membres de (4) ou de (4') par exemple.

avec deux constantes arbitraires : une amplitude y_0 et une fréquence f.

3. **Remarque sur le nombre des dimensions.** — Ici se place une remarque essentielle : le même problème peut être traité :

ou bien par l'équation (1), dans un espace à deux dimensions : x et t;

ou bien par l'équation (5), dans un espace à une dimension x, mais il s'introduit alors à une fréquence f (la nouvelle variable Y correspond à une coupe, *à temps constant*, de l'espace à deux dimensions).

Inversement, lorsqu'on a exprimé un problème dans un espace à n dimensions, mais avec une fréquence arbitraire, il est aisé de faire disparaître cette fréquence, en augmentant d'une unité le nombre des dimensions de l'espace représentatif : c'est là tout le secret du passage des quatre dimensions d'Einstein aux cinq dimensions de Kalutza et de Klein (§ **12**).

4. **Imaginaire conjguée; retour aux fonctions harmoniques.** — On appelle *imaginaire conjuguée* de (2) l'expression :

$$y^* \equiv \mathrm{Y} \exp(-i2\pi ft)\,; \qquad (6)$$

si on multiplie membre à membre (2) et (6), il vient :

$$\boxed{yy^* = \mathrm{Y}^2} : \qquad (7)$$

la moyenne géométrique de deux imaginaires conjuguées n'est autre que l'amplitude Y de chacune d'entre elles. C'est là une nouvelle remarque, qui intervient fréquemment en mécanique ondulatoire.

Rappelons aussi que :

$$\exp(i2\pi ft) = \cos 2\pi ft + i \sin 2\pi ft$$

et que par suite :

$$\exp(-i2\pi ft) = \cos 2\pi ft - i \sin 2\pi ft.$$

En additionnant membre à membre ces deux dernières égalités :

$$\exp(i2\pi ft) + \exp(-i2\pi ft) = \frac{1}{\mathrm{Y}}(y + y^*) = 2\cos 2\pi ft\,;$$

il s'ensuit que :

$$\frac{1}{2}(y + y^*) = \mathrm{Y}\cos 2\pi ft : \qquad (8)$$

la moyenne arithmétique des deux imaginaires conjuguées donne une fonction harmonique, et la comparaison, avec (8), de (2) et (6), montre dans quelles conditions on est en droit de remplacer une exponentielle imaginaire par un cosinus et vice versa. La notation exponentielle est plus simple et plus générale : c'est la raison pour laquelle on la retrouve dans tous les travaux récents sur les phénomènes périodiques.

5. **Propagation des ondes électromagnétiques dans la théorie classique.** — Lorsqu'un faisceau de rayons monochromatiques, parallèles, polarisés rectilignement, se propage dans le vide (suivant la direction de l'axe des x, par exemple), le système d'équations de Maxwell-Hertz conduit à deux équations de propagation, qui ont exactement la même forme que l'équation (1) des cordes vibrantes[1] :

$$\boxed{\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2}}, \qquad (9)$$

$$\frac{\partial^2 (c\mathcal{H})}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 (c\mathcal{H})}{\partial t^2}, \qquad (9')$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide, $\mathcal{E}$ le champ électrique de l'onde (dirigé par exemple suivant l'axe des y), $\mathcal{H}$ le champ magnétique de l'onde (dirigé par suite suivant l'axe des z); les deux grandeurs $\mathcal{E}$ et $(c\,\mathcal{H})$ sont mesurées dans le système C. G. S. *électrostatique* et elles vérifient la relation :

$$(c\mathcal{H}) = c\mathcal{E} \qquad (9'').$$

Comme précédemment, on peut mettre ces deux champs sous la forme (2) :

$$\mathcal{E} = \mathrm{E} \exp(i2\pi\nu t)$$
$$(c\mathcal{H}) = (c\mathrm{H}) \exp(i2\pi\nu t),$$

où ν est la fréquence de la radiation monochromatique; les deux variables E et $(c\,\mathrm{H})$, qui ne dépendent plus que de x, correspondent à une coupe *à temps constant* et fournissent une « représentation cinématographique » de l'onde plane.

Pour chacune des variables E et $(c\,\mathrm{H})$, on considérera les imaginaires conjuguées E^* et $(c\,\mathrm{H})^*$, qui peuvent servir à calculer l'énergie W et l'impulsion (quantité de mouvement) J transportées par l'onde électromagnétique, ou, plus précisément, la densité d'énergie w et la densité d'impulsion j; ces dernières ont pour valeurs moyennes (pendant une période $1/\nu$) :

$$\bar{w} = \bar{j}c = \frac{1}{8\pi}\mathcal{E}\mathcal{E}^* = \frac{1}{8\pi c^2}(c\mathcal{H})(c\mathcal{H})^*. \qquad (10)$$

Notons en passant cette signification du produit des deux imaginaires conjuguées, dans la théorie classique elle-même; nous retrouverons ce produit en mécanique ondulatoire (§ **8**).

1. Nous désignons par $\mathcal{H}$ la valeur du champ magnétique dans le sytème C.G.S.E.M.; $(c\mathcal{H})$ représente donc sa valeur dans le système C.G.S.E.S.

6. **L'équation aux dérivées partielles de Hamilton-Jacobi.** — Les développements qui précèdent nous préparent au côté « optique » de la mécanique ondulatoire; occupons-nous maintenant de ce qu'il y a d'essentiel à rappeler dans la mécanique analytique classique.

Pour fixer les idées, choisissons l'exemple d'un point matériel, de masse m, mobile dans un champ de pesanteur d'intensité g; cette intensité est supposée constante et dirigée suivant l'axe des z; la trajectoire est, comme on sait, une parabole dans le plan des $x\,z$.

Si W est l'énergie mécanique totale du point matériel; l'équation de Hamilton-Jacobi s'écrit dans ce cas:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 = 2m(W + mgz); \qquad (11)$$

S est la fonction de Jacobi (homogène à une *action*, c'est-à-dire au produit d'une énergie par un temps). Pour ce mouvement simple, la fonction S s'obtient aisément par intégration:

$$S = x\sqrt{2mW_x} + \frac{1}{3g\sqrt{m}}(2W_z + 2mgz)^{3/2}$$

(à une constante près); W_x et W_z sont les énergies mécaniques des deux mouvements composants:

$$\left.\begin{aligned} W_x + W_z &= W \\ W_x &= \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \\ W_z &= \frac{1}{2}m\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 - mgz \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

6. **Cas particulier du mouvement uniforme.** — Supposons maintenant que g soit nul et que, de plus, W_z le soit également: le mouvement est rectiligne (suivant l'axe des x) et uniforme (vitesse v). Les relations précédentes se simplifient:

$$\boxed{\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 = 2mW} \qquad (11')$$

$$S = x\sqrt{2mW} + \text{const}$$

$$W = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (12'')$$

Nous retrouverons l'équation (11') en mécanique ondulatoire (§ **9**).

Lorsque la vitesse v est très grande (très voisine de la vitesse de la lumière c), la formule (12') n'est plus valable. Si l'on désigne par m_0 la masse propre du point matériel (c'est-à-dire la masse qu'il possède, lorsqu'il est au repos ou animé d'une vitesse faible par rapport à c), l'énergie cinétique W s'écrit:

$$W = \frac{m_0c^3}{\sqrt{c^2 - v^2}} - m_0c^2 \qquad (13)$$

cette dernière expression redonne naturellement (12'), quand le rapport v/c tend vers zéro.

8. **La fonction** ψ. — En résumé, l'optique classique aboutissait à une *équation de propagation* (équation linéaire du second ordre), dont l'équation (9) est la forme la plus simple; la mécanique classique était exprimée par une *équation de Hamilton-Jacobi* (équation quadratique du premier ordre, dans le cas général), qui revêt la forme (11'), lorsqu'il s'agit d'un point matériel, soustrait à toute influence extérieure.

Il y a près d'un siècle (1834-1835), Hamilton avait montré l'analogie formelle qui existe entre la propagation d'une onde et le mouvement d'un point matériel. Si la synthèse de l'optique et de la mécanique était alors prématurée, c'est qu'une curiosité mathématique ne s'élève au rang de *théorie physique* que si elle permet l'explication globale d'un grand nombre de faits expérimentaux. Successivement, l'optique devint « mécanique » et la mécanique devint « optique »:

1° L'effet photoélectrique (1887), puis le phénomène de Compton (1923) ne purent s'interpréter qu'en complétant les ondes de rayonnement par des particules discrètes, auxquelles G. N. Lewis (1926) donna le nom de *photons*.

2° L. de Broglie, puis E. Schrœdinger eurent l'idée d'associer une onde, dite *onde de phase*, aux corpuscules matériels, tels que l'électron; et cette hypothèse audacieuse fut confirmée, avec une extraordinaire précision, par les expériences de Dymond (1926) et de Davisson et Germer (1927).

Cette symétrie nous autorise à choisir indifféremment nos exemples dans la propagation d'une radiation ou dans le mouvement d'un électron. Considérons par exemple un rayonnement monochromatique de fréquence ν — une lumière jaune, si l'on veut —, qui se propage suivant l'axe des x dans un milieu dispersif (de l'eau, pour fixer les idées); on pose en principe que cette radiation comporte des photons qui progressent avec une vitesse v et à chacun desquels est liée alors une énergie h , en désignant par h le quantum d'action ou constante de Planck (6,554. 10_{-}^{27} erg-seconde).

Puisque les photons transmettent l'énergie (et aussi l'impulsion) du rayonnement, on doit admettre que l'onde associée ne possède *ni énergie, ni impulsion*, et c'est là une différence essentielle avec la théorie électromagnétique classique. Cette onde sera caractérisée par un paramètre ψ, fonction de x et de t, qu'on précisera en l'obligeant à satisfaire à une équation de propagation analogue à (9):

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}, \qquad (14)$$

où V est la vitesse de propagation de cette onde; nous indiquerons tout à l'heure (§ **10**) la relation générale qui existe entre les deux vitesses v et V.

La signification de ce paramètre ψ reste encore assez obscure; on la précise d'ordinaire en s'inspirant de la relation (10): si l'onde définie par (14) transportait de l'énergie, le produit $\psi\,\psi^*$ (où ψ^* désigne, comme précédemment, l'imaginaire conjuguée de ψ) devrait mesurer, en chaque *point* et à chaque instant, la densité moyenne d'énergie w; mais, comme l'énergie est transmise par les photons, ce produit $\psi\,\psi^*$ représentera, en quelque sorte, la concentration des photons, (au point et à l'instant considérés) ou mieux leur *probabilité de présence*, car W. Heisenberg (1925) a prouvé sans conteste que le bilan des faits expérimentaux nous laisse incapables de décrire l'histoire d'une particule individuelle, photon ou électron.

Il importe de faire remarquer en passant combien les théories nouvelles s'efforcent à « se mouler » sur les idées classiques, en se contentant d'éliminer les contradictions surgies dans l'examen des faits nouveaux.

9. **Déduction de l'équation de Hamilton-Jacobi.** — Toute la mécanique ondulatoire a, en somme, pour but d'établir une corrélation entre des équations de *propagation* (d'une onde), telles que (9) ou (14), et des équations de *mouvement* (d'un corpuscule), dont (11') nous a fourni un exemple. Nous allons développer complètement les calculs à partir de (14), pour en faire bien comprendre le mécanisme dans le cas *extrêmement simple* où nous sommes placés (faisceau de rayons monochromatiques et parallèles dans un milieu dispersif); encore que longs à transcrire, ces calculs ne présentent aucune difficulté.

Le paramètre ψ peut être mis sous la forme :

$$\psi = \psi_0 \exp(i\varphi)\exp(i2\pi\nu t)$$

(où ψ_0 est une constante et où φ n'est fonction que de x) et nous porterons dans (14) :

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = i\psi_0 \exp(i\varphi)\exp(i2\pi\nu t)\frac{\partial\varphi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = i\psi_0 \exp(i\varphi)\exp(i2\pi\nu t)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}$$

$$- \psi_0 \exp(i\varphi)\exp(i2\nu t)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)$$

$$= i\psi\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - \psi\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 \qquad (15)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = i2\pi\nu\psi_0 \exp(i\varphi)\exp(i2\varphi\nu t)$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = -4\pi^2\nu^2\psi_0 \exp(i\varphi)\exp(i2\pi\nu t) = -4\pi^2\nu^2\psi$$

$$\frac{1}{V^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = -\frac{4\pi^2\nu^2}{V^2}\psi. \qquad (16)$$

D'après (14), les seconds membres de (15) et de (16) sont égaux; il suffit, par suite, d'identifier respectivement les termes imaginaires et les termes réels, ce qui donne, d'une part :

$$i\psi\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = 0, \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \text{const.},$$

et d'autre part :

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{2\pi\nu}{V}; \qquad (17)$$

φ est une grandeur physique sans dimension, qu'on nomme la *phase* du phénomène périodique. Pour former une équation différentielle qui, comme (11'), contienne une *action*, on effectue le changement de variable :

$$S = \frac{h}{2\pi}\varphi \qquad (18)$$

et l'équation (17) prend la forme (11)[1] :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 = \frac{h^2\nu^2}{V^2}. \qquad (19)$$

Conclusion : lorsqu'une onde, de paramètre ψ, obéit à une équation de propagation, telle que (14), sa phase (18) vérifie une équation (19) de Hamilton-Jacobi (ce qui exprime, sous une forme, aisément généralisable, que φ est ici une fonction linéaire de x). Ainsi se trouve justifiée l'expression « onde de phase », attribuée (§ **8**) à l'onde (14), de paramètre ψ.

10. **Relation entre les vitesses v et V.** — Il se trouve que ces deux vitesses obéissent à la relation que Rayleigh avait établie dès 1881, en donnant naturellement à ces vitesses une signification quelque peu différente de celle qu'on leur attribue aujourd'hui :

$$\frac{d\nu}{\nu} = d\left(\frac{\nu}{V}\right). \qquad (20)$$

1° *Propagation d'un rayonnement.* Reprenons le cas d'un milieu dispersif tel que l'eau.

v est la vitesse de l'énergie : c'est la seule qu'on puisse déterminer *directement* (par exemple lorsqu'on envoie des signaux successifs, en « hachant » un faisceau lumineux par une roue dentée ou un miroir tournant), puisque les instruments ne sont sensibles qu'à l'énergie. On trouve, pour l'eau, $v = 221.000$ km : sec.

V est la vitesse de la phase : on peut l'atteindre par les mesures d'indices de réfraction n, et on démontre que :

$$V = \frac{c}{n};$$

1. En ce sens que, dans les deux cas, les seconds membres sont des constantes; l'analogie est encore plus complète (§ **10**, 2°).

pour l'eau : V = 225.000 km : sec. Dans le vide au contraire : $V = c = v$ (lorsque l'optique géométrique est valable).

2° *Mouvement d'un électron.* Soit un électron « libre », qui se déplace dans le vide, avec une vitesse v, loin de tout autre corpuscule matériel (électron ou proton); la vitesse V de « l'onde de phase », qui est à nouveau donnée par la formule (20) de Rayleigh, prend *dans ce cas très particulier* la forme simple :

$$\nu V = c^2. \qquad (20')$$

Ainsi, lorsqu'un électron cathodique est animé d'une vitesse $v = c/6 = 50.000$ km : sec, l'onde associée se propage avec la vitesse $V = 6c =$ 1.800.000 km : sec; comme cette onde ne transporte pas d'énergie, une vitesse supérieure à c n'est en rien contraire à la théorie de la relativité.

Si l'on se reporte à (20'), il nous est loisible de préciser davantage l'analogie entre les deux équations (11') et (19) de Hamilton-Jacobi. (19) peut s'écrire :

$$\left(\frac{\delta S}{\delta x}\right)^2 = \frac{h^2\nu^2 v^2}{c^4} \qquad (19')$$

et se confond avec (11') :

$$\left(\frac{\delta S}{\delta x}\right)^2 = 2mW = m^2v^2,$$

à la condition de poser une relation entre la masse m de l'électron et la fréquence ν de l'onde associée [1].

11. **Equation de l'onde de phase associée à un électron libre.** — Reprenons l'électron qui se meut dans le vide avec une vitesse v; on lui fait correspondre une fréquence propre ν, supérieure à celle (ν_0) qu'il posséderait s'il était au repos; la différence des énergies $h\nu$ et $h\nu_0$ n'est autre que l'énergie cinétique, que nous avons notée W :

$$W = h\nu - h\nu_0,$$

ce qui, en tenant compte de (13), donne [2] :

$$h\nu = \frac{m_0c^3}{\sqrt{c^2 - v^2}}. \qquad (21)$$

De cette dernière formule, on tirera v et nous obtiendrons la vitesse V de l'onde de phase, après avoir porté dans (20') :

$$\frac{1}{V^2} = \frac{h^2\nu^2 - m_0^2c^4}{c^2h^2\nu^2}.$$

1. Cette relation

$$h\nu = mc^2$$

n'est autre que (21), puisque la relativité nous permet d'exprimer la masse m en fonction de la vitesse v (m est égal à m_0, lorsque v est nul).

2. Car on a posé (pour $v = 0$) :

$$h\nu = m_0c^2.$$

Ceci fait, il n'y a plus qu'à remplacer, dans (14), V par la valeur précédente :

$$\frac{\delta^2\psi}{\delta x^2} = \frac{h^2\nu^2 - m_0^2c^4}{c^2h^2\nu^2}\frac{\delta^2\psi}{\delta t^2},$$

ou bien :

$$\frac{\delta^2\psi}{\delta x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\delta^2\psi}{\delta^2 t} = -\frac{m_0^2c^2}{h^2\nu^2}\frac{\delta^2\psi}{\delta t^2}; \qquad (22)$$

mais nous pouvons nous servir de (16), ce qui nous conduit à un cas particulier de l'équation de Schrœdinger :

$$\frac{\delta^2\psi}{\delta x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\delta^2\psi}{\delta t^2} = \frac{4\pi^2m_0^2c^2}{h^2}\psi. \qquad (23)$$

Les premiers membres de (22) [ou de (23)], égalés à zéro, représentent l'onde d'un rayonnement se propageant dans le vide, comme cela résulte de (14), où on fait $V = c$ (§ **10** 1°). Ce sont donc les seconds membres de (22) [ou de (23)], qui définissent les ondes respectivement associées à des électrons libres de vitesse v différentes, puisque v dépend de ν suivant (21).

12. **Introduction d'une cinquième dimension.** — Les deux équations (22) et (23) sont équivalentes; en dépit de l'artifice de calcul qui transforme la première en la seconde, puisque (22) dépend aussi implicitement de ν, il s'ensuit que (23) dépend aussi implicitement de ν. Nous n'avons donc pas affaire à une véritable équation de propagation telle que (1), puisque la fréquence doit se présenter *comme constante d'intégration*, comme en (1'), et nullement dans un des coefficients de l'équation différentielle. En d'autres termes, (22) ou (23) correspondent à un électron libre *particulier*, mais non à tous les électrons libres possibles.

Il est intéressant de rapprocher (23) de (5) et de se demander si on peut former une nouvelle équation qui soit, par rapport à (23), l'équivalent de ce qu'est (1) vis-à-vis de (5). Après quelques tâtonnements, on s'est aperçu qu'il suffisait de choisir un nouveau paramètre Ψ vérifiant la relation :

$$\Psi = \psi \exp\left(i\frac{2\pi m_0 c}{h}u\right),$$

où u est une variable homogène à une longueur; il vient en effet en dérivant deux fois :

$$\frac{\delta\Psi}{\delta u} = \frac{2\pi m_0 c}{h}\psi \exp\left(i\frac{2\pi m_0 c}{h}u\right)$$

$$\frac{\delta^2\Psi}{\delta u^2} = -\frac{4\pi^2 m_0^2 c^2}{h^2}\psi \exp\left(i\frac{2\pi m_0 c}{h}u\right) = -\frac{4\pi^2 m_0^2 c^2}{h^2}\Psi;$$

et, comme on a tout simplement, de même qu'en (4') :

$$\frac{\delta^2\psi}{\delta x^2} = \frac{\psi}{\Psi}\frac{\delta^2\Psi}{\delta x^2} \qquad \frac{\delta^2\psi}{\delta t^2} = \frac{\psi}{\Psi}\frac{\delta^2\Psi}{\delta t^2},$$

l'équation (23) revêt la forme définitive :

$$\frac{\delta^2\Psi}{\delta x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\delta^2\Psi}{\delta t^2} + \frac{\delta^2\Psi}{\delta u^2} = 0. \qquad (24)$$

Telle est *l'équation de propagation* de l'onde associée à un électron libre quelconque (quelle que soit sa vitesse v), mais soustrait à toute influence extérieure. Le paramètre Φ dépend de trois coordonnées : x, $(i c t)$ et u ; il s'obtient facilement par intégration, comme on l'a fait en (1'), ce qui donne :

$$\Psi = \Psi_0 \exp\left(i\frac{2\pi\sqrt{h^2\nu^2 - m_0{}^2c^4}}{ch}x\right)\exp(i2\pi\nu t)$$
$$\exp\left(i\frac{2\pi m_0 c}{h}u\right); \qquad (24')$$

avec deux constantes d'intégration : une amplitude ψ_0 et une fréquence ν[1]. La relation (21) permet d'ailleurs de remplacer, dans (24'), cette fréquence ν de l'onde par la vitesse v de l'électron auquel l'onde est associée :

$$\Psi = \Psi_0 \exp\left(i\frac{2\pi m_0 c v}{h\sqrt{c^2 - v^2}}x\right)\exp\left(i\frac{2\pi m_0 c^3}{h\sqrt{c^2 - v^2}}t\right)$$
$$\exp\left(i\frac{2\pi m_0 c}{h}u\right)$$
$$= \Psi_0 \exp\left[i\frac{2\pi m_0 c}{h}\left(\frac{vx + c^2t}{\sqrt{c^2 - v^2}} + u\right)\right].$$

Quand on considère *un seul* électron, mais qui n'est plus libre, les influences extérieures introduisent une énergie potentielle Ψ (fonction de x, y, z et t) : le terme $h\nu$, dans (22), sera remplacé par $(h\nu - \Psi)$, et le mouvement ne sera plus rectiligne (ni uniforme). On conçoit, sans plus, que l'équation de propagation (24) se compliquera et que le paramètre Ψ s'exprimera dans un espace à *cinq* dimensions : x, y, z, $(i\ c\ t)$ et u.

1. La solution (24') a tout d'abord été proposée (dans un espace à quatre dimensions) par L. de Broglie. Sa signification physique entraine de grosses difficultés, car suivant les idées de Heisenberg (§ 8), il est impossible d'attribuer à une particule (même libre) une fréquence bien déterminée. On est d'accord aujourd'hui pour dénier toute réalité à une onde solitaire connue (24').

Reportons-nous à nouveau à l'onde (24) ; l'expression du paramètre Ψ montre qu'il est triplement périodique : il existe une longueur d'onde spatiale $h\sqrt{c^2 - v^2}/m_0 c v$, une « longueur d'onde » temporelle $h\sqrt{c^2 - v^2}/m_0c^2$[1] et une « longueur d'onde » suivant la cinquième dimension u, donnée par h/m_0c et qui vaut $2{,}43.10^{-10}$ cm. C'est dans cette dernière « longueur d'onde » qu'il faudra rechercher la signification profonde de la constante h, laquelle est, pour ainsi dire, un reflet de la projection de la cinquième dimension sur notre espace-temps à quatre dimensions ; de même qu'au § **3**, on peut dire que l'univers observable est une coupe, à u constant, de l'espace à cinq dimensions.

La relativité attribue à l'électron une impulsion totale m_0c dans l'espace-temps ; cette impulsion d'univers se compose (suivant la règle du rectangle) avec une cinquième composante, qui est donnée par :

$$\frac{ec}{4\sqrt{\pi G}},$$

où $e = 4{,}774.10^{-10}$ est la charge de l'électron dans le système C. G. S. électrostatique et $G = 6{,}67.10^{-8}$ la constante de la gravitation. Le principe de la conservation de l'impulsion d'univers (dans l'espace-temps), — c'est-à-dire les conservations de la quantité de mouvement et de l'énergie — se trouve complété, suivant la cinquième dimension, par le principe de la conservation de l'électricité.

Les indications qui précèdent suffisent à donner une première idée de la mécanique ondulatoire à cinq dimensions ; elles permettent de concevoir comment s'élabore, en ce moment, une synthèse générale de tous les phénomènes du monde sous-atomique.

Marcel Boll.

1. Ou, ce qui revient au même, une période
$$1/\nu = h\sqrt{c^2 - v^2}/m_0c^3.$$

BIBLIOGRAPHIE

ANALYSES ET INDEX

1° Sciences mathématiques.

Landau (E.). — **Vorlesungen über Zahlentheorie.** 3 *vol. gr. in-8°*; 1er *vol.* : **Aus der elementaren und additiven Zahlentheorie**, XII-360 *pages*; 2e *vol.* : **Aus der analytichen und geometrischen Zahlentheorie**, VII-308 *pages*; 3e *vol.* : **Aus der algebraischen Zahlentheorie und über die Fermatsche Vermutung**, VII-341 *pages (Prix, relié :* 66 *marks). S. Hirzel, éditeur, Leipzig*, 1927.

La théorie des nombres, très délaissée en France dans le dernier quart de siècle, a été cultivée à l'étranger, notamment en Allemagne et en Angleterre, par des mathématiciens de premier ordre, qui, s'ils n'ont pas toujours obtenu des résultats dignes de leurs efforts, sont toutefois parvenus à élucider bien des points restés obscurs jusqu'ici. Tous ceux qui ont essayé de se mettre au courant de ces recherches, dispersées dans de nombreux périodiques, seront reconnaissants à M. Landau de les avoir condensées dans ce bel ouvrage où il les présente sous cette forme parfaitement rigoureuse et dépouillée de toute phraséologie inutile, qui lui est propre.

M. Landau ne s'est pas proposé d'écrire un Traité complet sur la théorie des nombres, mais de donner avec tous les développements désirables un exposé de certaines parties de la théorie qui ont été l'objet des travaux les plus récents. Dans toutes les questions qu'il traite, il a apporté lui-même d'importantes contributions personnelles : ici, il a été l'initiateur et, après avoir jeté les bases de la théorie, a indiqué à ses élèves et à ses successeurs la voie à suivre et les résultats à obtenir; là, il a repris les travaux de ses prédécesseurs ou de ses émules, en les complétant et en simplifiant les méthodes; il se montre partout un guide sûr et averti, qui ne craint pas à l'occasion de mettre le lecteur en garde contre l'inutilité de certaines recherches. Enfin, il a conservé à son exposé, qui a été l'objet de son enseignement à Göttingen pendant plusieurs semestres, une forme originale très vivante, égayée parfois par des réflexions pleines d'humour.

Après avoir exposé la théorie élémentaire des nombres, édifiée au XVIIIe siècle et au début du XIXe siècle, M. Landau montre le parti que l'on en peut tirer en donnant une démonstration du théorème de Dirichlet sur les nombres premiers d'une progression arithmétique et un théorème tout récent de Brun sur la suite des couples jumeaux de nombres premiers (nombres premiers dont la différence est 2). Il applique ensuite le théorème de Dirichlet à l'étude de la représentation d'un nombre par une somme de deux, trois, ou quatre carrés; puis il passe à la théorie, également classique, des formes quadratiques binaires où il s'attache principalement à la détermination du nombre des classes primitives de discriminant donné. Parmi les conséquences de la formule finale donnant ce nombre de classes, M. Landau signale cette proposition très simple, qui n'a pu jusqu'ici être obtenue par des méthodes élémentaires directes : pour tout nombre premier p congru à 3, module 4, le nombre des résidus quadratiques compris entre o et $1/2\ p$ est supérieur à celui des résidus quadratiques compris entre $1/2\ p$ et p.

La seconde moitié du premier volume est consacrée à deux problèmes posés au XVIIIe siècle par Goldbach et Waring. Dans une communication au Congrès de Cambridge, M. Landau avait émis l'opinion que l'assertion de Golbach : tout nombre entier pair est la somme de deux nombres premiers supérieurs à un, n'est pas démontrable avec nos moyens actuels. Grâce aux méthodes nouvelles qu'ils ont introduites dans la théorie additive des nombres, MM. Hardy et Littlewood ont pu rattacher ce genre de questions à des propositions, également indémontrées, sur les zéros de la fonction L (s) qui généralise la fonction zéta de Riemann. Ils obtiennent des résultats tels que le suivant : si L (s) n'a pas de zéros dans un certain demi-plan, le théorème de Goldbach est vrai pour presque tous les nombres pairs. La question de Waring : tout entier est-il représentable par une somme de puissances k^{iemes}, a été résolue par l'affirmative par M. Hilbert en 1909. Ce problème fut ensuite repris par MM. Hardy et Littlewood qui, grâce à leurs méthodes, ont pu aller plus loin et donner des propriétés asymptotiques du nombre des représentations d'un même entier. C'est cette méthode qu'expose M. Landau, en s'efforçant avec succès de la rendre aussi assimilable que possible à ses lecteurs; il donne aussi une méthode nouvelle de Winogradoff, qui, si elle ne conduit pas à tous les résultats obtenus par les deux analystes anglais, fournit cependant une propriété nouvelle sur le nombre de termes figurant dans la somme de puissances.

Le second volume est divisé en deux grandes parties. Dans la première l'auteur traite de la théorie analytique des nombres, c'est-à-dire des questions qui se rattachent à la méthode analytique introduite par Riemann dans l'étude des nombres premiers. Depuis la parution en 1908 du *Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen* du même auteur, ces questions ont fait des progrès considérables dus principalement à l'auteur et à MM. Bohr, Hardy et Littlewood; la méthode d'exposition elle-même a beaucoup gagné en simplicité. Les analystes purs trouveront dans les 180 pages de cette première partie d'intéressantes propositions de théorie des fonctions, notamment pages 15, 103 et 142 et au chapitre 6 où l'auteur donne une démonstration nouvelle extrêmement simple du théorème de M. Hadamard sur la décomposition en facteurs des

fonctions entières d'ordre fini. Mais on y trouve surtout les propositions les plus récentes de la théorie analytique des nombres : les résultats si profonds de M. Littlewood sur la valeur approchée du nombre des nombres premiers inférieurs à x; les beaux théorèmes de Hardy, Bohr et Landau sur les zéros de la fonction de Riemann; puis toute une catégorie de ces propositions qu'on établit soit en supposant exacte, soit en supposant inexacte l'assertion de Riemann sur les zéros de sa célèbre fonction. Certaines de ces propositions établissent l'équivalence entre l'hypothèse de Riemann et une hypothèse toute différente dont la vérification ou la contradiction sera peut-être plus aisée et pourra conduire à la solution de cette troublante question. Parmi ces transformations de l'hypothèse de Riemann, celle due à M. Franel, qui introduit une propriété des suites de Farey, est particulièrement belle.

Le problème des grilles est étudié dans la seconde partie du volume. Il s'agit ici de l'approximation du nombre des points de coordonnées entières d'un plan, appartenant à un domaine dont le contour ou une portion du contour s'éloigne indéfiniment. M. Landau traite surtout le cas du cercle pour lequel les premiers résultats datent de Gauss; le problème, tel qu'il se pose actuellement, est le suivant : x étant le rayon d'un cercle centré à l'origine, quel est l'ordre maximum (en x) de la différence entre le nombre de points de coordonnées entières appartenant à ce cercle et l'aire du cercle? M. Sierpenski avait montré qu'il est au plus égal à 2/3, MM. Hardy et Landau le trouvaient au moins égal à 1/2, et M. Van der Corput avait obtenu des contours plus généraux pour lesquels la différence analogue était encore d'ordre au plus égal à 2/3, ce qui fit espérer que 2/3 était la valeur de cet ordre. Cet espoir fut détruit en 1923 par ce dernier auteur qui montra que l'ordre est moindre que 2/3 dans le cas du cercle, tandis qu'en 1926, M. Jarnik trouvait des contours pour lesquels le nombre cherché est bien 2/3. On se trouve encore ici devant un de ces problèmes décevants où malgré l'ingéniosité et la ténacité des chercheurs, les moyens actuels de la science semblent être impuissants.

Dans la première partie du troisième volume, M. Landau s'occupe de la théorie des nombres algébriques. Après avoir donné les éléments de la théorie des entiers complexes et des corps algébriques, il l'applique à la démonstration des beaux théorèmes de MM. Thue et Siegel sur l'approximation des nombres algébriques de degré supérieur à 3, et des théorèmes de Thue, Landau, Ostrowski et Polya sur les solutions des équations diophantiennes. Il reprend ensuite son exposition de la théorie des corps algébriques et après avoir fait une rapide digression sur les nombres transcendants au cours de laquelle il donne des démonstrations très simples de la transcendance de e et de π, il passe à la théorie des idéaux de Dedekind qu'il expose d'une façon nouvelle en donnant en outre les compléments modernes apportés par Minkowski. Il développe ensuite la théorie des corps quadratiques en insistant sur le parallélisme entre la notion du nombre des classes d'idéaux et celle du nombre des classes des formes quadratiques binaires.

La seconde partie du troisième volume est consacrée au dernier théorème de Fermat. Après avoir démontré l'exactitude de l'assertion de Fermat pour les valeurs trois et quatre de l'exposant et avoir donné divers compléments, M. Landau donne une démonstration complète du résultat de Kummer, souvent cité dans les ouvrages didactiques, mais rarement démontré, d'après lequel le théorème de Fermat est exact pour les exposants premiers et réguliers. (Un nombre premier p est dit régulier lorsque le nombre des classes d'idéaux du corps des racines p^{iemes} de l'unité n'est pas divisible par p.) M. Landau insiste sur le fait qu'on ne sait pas encore actuellement s'il existe une infinité de nombres premiers réguliers et que, d'une façon générale, les résultats obtenus par Kummer et ses successseurs ne visent toujours que des classes de nombres premiers qui ne renferment peut-être qu'un nombre fini de nombres premiers; il est donc permis d'être sceptique en ce qui concerne l'exactitude du dernier théorème de Fermat. L'auteur achève son ouvrage en donnant les intéressantes propositions obtenues récemment dans cette direction par MM. Furtwangler, Wieferich, Mirimanoff et Vandiver.

Cette rapide analyse montre la richesse des matières contenues dans ce nouveau livre du célèbre analyste de Göttingen; tous ceux qui s'intéressent à la théorie des nombres tireront le plus grand profit de sa lecture. Il faut souhaiter en outre que de jeunes mathématiciens français sachent saisir l'occasion unique de se mettre au courant des beaux travaux des arithméticiens étrangers qui leur est ainsi offerte, et que, s'intéressant à leur tour à ces questions difficiles qui ne cesseront pas d'être à l'ordre du jour tant qu'il y aura des mathématiciens, ils s'efforcent de les aborder d'un point de vue nouveau et de leur faire faire des progrès importants ou définitifs.

G. Valiron,

(Université de Strasbourg.)

***

Carmichael (Robert D.), *Professeur de Mathématiques à l'Université d'Illinois.* — **Analyse indéterminée.** — *1 vol. grand in-8° de 126 pages. Les Presses Universitaires de France, Paris. Prix, broché : 22 francs.*

Ce livre appartient à une série de monographies rédigées par des spécialistes de langue anglaise, concernant les mathématiques supérieures pures et appliquées dont déjà un volume « Théorie des Nombres » a été analysé dans la Revue (n° du 31 mai 1929) et dont celui-ci constitue la suite naturelle. Il forme une introduction à l'Analyse diophantienne ou indéterminée.

On sait que certains systèmes d'équations en nombre inférieur aux variables porte le nom de système

d'équations diophantiennes et que, tout groupe de nombres rationnels qui vérifient le système en est une solution rationnelle.

Ici, l'auteur a laissé de côté les équations linéaires car leur théorie est différente de celle des équations non linéaires, et est contenue dans celle des congruences linéaires. Le problème de la résolution

$$x^y - y^x = 0.$$

qui ne paraît d'ailleurs avoir aucune importance particulière, est presque aussi entièrement négligé.

On connaît mal le degré d'originalité des écrits de Diophante, mais il est certain que son « Arithmétique » a exercé une influence profonde sur le développement de la Théorie des nombres. La plus grande partie de l'ouvrage de Diophante se compose de problèmes conduisant à des équations indéterminées dont le type général consiste à trouver un ensemble de nombres, ordinairement 2, 3 et 4, tels que les différentes expressions les renfermant au premier, au deuxième et au troisième degré, soient des carrés, des cubes ou une forme fixée d'avance.

C'est par l'intermédiaire de Fermat que l'ouvrage de Diophante a exercé l'influence la plus profonde sur la théorie moderne des nombres. Les remarques et les méthodes de ce mathématicien, les résultats qu'il a obtenus, n'ont jamais cessé de faire l'admiration des chercheurs. Ils donnèrent d'autre part l'impulsion initiale, fondamentale, aux travaux sur la théorie des nombres qui ont porté le sujet à son degré d'avancement actuel.

Le caractère fragmentaire des résultats obtenus par la méthode diophantienne semble dû au fait que les anciens arithméticiens se sont principalement occupés de problèmes particuliers, sans essayer d'en dégager une méthode générale. Il est pourtant certain que la méthode diophantienne a besoin de méthodes générales d'investigation pour progresser et que celles-ci soient développées dans toute la mesure du possible.

Aussi, l'auteur a-t-il rassemblé dans ce livre les résultats les plus importants obtenus jusqu'à ce jour et en a ajouté un certain nombre de nouveaux. Beaucoup de résultats anciens ont été établis d'une nouvelle manière, au moyen de deux méthodes générales développées systématiquement: « La méthode du domaine multiplicatif » introduite au chapitre 2 et la méthode des « équations fonctionnelles » qui fait l'objet du chapitre 6. Aucune de ces méthodes, en particulier la seconde, n'est cependant utilisée ici dans toute son ampleur car, dans un livre tel que le présent, il était naturel que l'on se limitât à une introduction de ces deux méthodes.

Le chapitre 1er qui constitue une introduction renferme l'étude des triangles rationnels et l'exposition de la méthode de « descente infinie » de Fermat. Les chapitres 2, 3, 4 sont respectivement relatifs aux équations des deuxième, troisième et quatrième degrés.

Le chapitre 5 concerne l'équation $x^n + y^n = z^n$.

Le sixième et dernier chapitre est entièrement occupé par le développement de la méthode des équations fonctionnelles qui consiste essentiellement dans l'emploi des solutions rationnelles des équations fonctionnelles pour la résolution des problèmes d'analyse indéterminée d'un certain type et qui jouent un rôle important dans l'œuvre de Diophante.

Chacun des chapitres est suivi d'une série d'exercices extrêmement bien choisis qui porteront ceux qui voudront les développer, bien au delà des limites du volume.

Le talent de traducteur de M. A. Sallin a parfaitement rendu et parfois même éclairci le travail de l'auteur original. Nous avons d'ailleurs déjà eu l'occasion de dire les qualités qu'a apportées M. Sallin dans l'œuvre qu'il a entrepris de nous faire connaître.

Nous répéterons, à propos de ce nouveau fascicule, ce que nous avons dit du précédent, c'est-à-dire que nos étudiants ne trouveront pas mieux que ce petit livre pour se préparer à leurs examens ou pour se mettre en mesure de pénétrer plus avant dans la difficile mais captivante théorie des nombres et que notre devoir est d'attirer leur attention et celle de leurs maîtres sur ce nouveau volume qui nous fait attendre, avec plus d'impatience encore, les volumes suivants de la collection.

L. Potin.

2° Sciences physiques.

Cabannes (Jean). — **La Diffusion moléculaire de la Lumière.** — 1 *vol. in-8° de* 326 *pages, de la* Collection des Conférences-Rapports de documentation sur la Physique. *Les Presses Universitaires de France, Paris,* 1929 (*Prix :* 65 *francs*).

La diffusion moléculaire de la lumière est la cause à laquelle Lord Rayleigh a attribué en 1899 la couleur bleue du ciel. Depuis cette époque les idées théoriques qu'il a émises ont porté rapidement leurs fruits, grâce au développement des recherches modernes sur la structure atomistique et électronique de la matière. Le phénomène de la diffusion moléculaire a été étudié au laboratoire dans les circonstances les plus variées et nous possédons aujourd'hui grâce à lui de nombreux renseignements sur la structure et l'anisotropie des molécules.

M. Cabannes a été l'un des pionniers dans ce domaine, puisque c'est lui qui a observé et étudié le premier la diffusion moléculaire des gaz purs. Il était donc particulièrement désigné pour faire un exposé critique de l'état actuel de cette importante question. Il s'est borné volontairement à la diffusion de la lumière ordinaire dans les fluides purs transparents, en laissant de côté tous les cas plus compliqués ou les phénomènes accessoires, dont l'un au moins, — l'effet Raman —, mériterait à tous égards une étude spéciale.

L'ouvrage, abstraction faite d'une courte introduction historique, est divisé en deux parties principales, consacrées respectivement aux gaz et aux liquides. Les premiers sont d'une étude plus difficile car les phénomènes y sont moins intenses; par contre leur

interprétation est plus aisée et a attiré davantage jusqu'ici l'effort des théoriciens. Dans la première partie, l'auteur étudie successivement la théorie électromagnétique de la diffusion, les mesures de diffusion dans les gaz et vapeurs, les mesures de dépolarisation, la théorie de l'anisotropie optique des molécules et ses vérifications, enfin les mesures absolues de diffusion et la détermination du nombre d'Avogadro qui en dépend. Cette partie se termine par un court exposé des applications à l'astrophysique.

La seconde partie, consacrée aux liquides, expose et discute les résultats des mesures et en fait la comparaison avec les théories existantes. L'ouvrage se termine par deux chapitres dus à la collaboration de M. Yves Rocard, qui a également effectué dans ce domaine d'intéressants travaux théoriques et expérimentaux, et qui nous en communique en partie les résultats. Les deux chapitres en question sont consacrés à l'étude de l'opalescence critique, faite tant au point de vue théorique qu'au point de vue expérimental. Il en ressort que les théories existantes sont encore bien insuffisantes pour rendre un compte satisfaisant de l'ensemble des faits observés. Une bibliographie complète de toutes ces questions termine l'ouvrage.

Le livre de M. Cabannes prouve, par sa conclusion même, que son auteur a tenu à rester dans l'esprit qui a présidé à la fondation des Conférences-Rapports. Il constitue à la fois une excellente mise au point de la question étudiée et un encouragement à poursuivre les recherches dans un domaine encore insuffisamment connu.

E. B.

*
**

Electrons et Photons. — *Rapports et Discussions du Ve Conseil de Physique, tenu à Bruxelles, du 24 au 29 octobre 1928, sous les auspices de l'Institut international de Physique Solvay, publiés par la Commission administrative de l'Institut. Gauthier-Villars et Cie, éditeurs. Paris*, 1928.

Les lecteurs de cette Revue ont été tenus au courant des recherches qui ont été faites durant ces dernières années pour réduire le dualisme qui subsistait en physique, dans l'interprétation des phénomènes de rayonnement, entre la théorie des quanta et la théorie des ondulations. On sait qu'elles ont abouti à l'édification d'une branche nouvelle de la mécanique ondulatoire. M. Louis de Broglie, qui en a posé les principes, était parti de l'idée suivante : l'existence des corpuscules élémentaires de matière et de rayonnement étant admise comme un fait d'expérience, ces corpuscules sont supposés doués d'une périodicité. Dans cette manière de voir, on ne conçoit plus le « point matériel » comme une entité statique n'intéressant qu'une région infime de l'espace, mais comme le centre d'un phénomène périodique répandu tout autour de lui. C'est l'état actuel de cette jeune science que nous donnent, sous le titre « Electrons et photons », les Compte-Rendus du Conseil Solvay tenu à Bruxelles en 1927. Ils contiennent des rapports présentés par les savants qui ont contribué à édifier la mécanique ondulatoire : MM. W. L. Bragg, H. Compton, L. de Broglie, Max Born, Heisenberg, Schrödinger et N. Bohr. Ces rapports ont fait l'objet de discussions intéressantes qui contribuent à préciser bien des points délicats. On y remarquera notamment les remarques si profondes formulées par le grand physicien Lorentz, récemment enlevé à la science, qui présidait le Congrès et qui avait approfondi les difficiles questions qu'on y traitait.

A. B.

*
**

Bricout (P.). — **Ondes et Electrons.** — 1 *vol. petit in*-12 *de* 215 *p. de la* Collection Armand Colin. (*Prix : 9 francs*). 1929.

Résumer en une petite brochure de cette étendue toutes nos connaissances sur l'électron et la radiation électromagnétique était assurément une entreprise difficile, et l'on doit savoir gré à l'auteur d'y avoir, dans l'ensemble, fort bien réussi. La première partie, consacrée à l'électron, à ses propriétés et à ses relations avec le champ électromagnétique, condense clairement l'essentiel de la physique de l'électron et en donne un tableau bien ordonné. La seconde partie traite de la propagation des ondes électromagnétiques, de l'optique des corps en mouvement et de la théorie de la relativité restreinte : elle donne de ces importantes questions un exposé très net, quoique forcément abrégé. Enfin la troisième partie s'occupe des relations entre matière et rayonnement et introduit par conséquent la théorie des quanta. Ici l'auteur paraît avoir été un peu débordé par l'abondance des faits et des théories et il a été amené dans certains chapitres à faire une énumération plutôt qu'un véritable exposé. Il a d'ailleurs laissé échapper quelques inadvertances, par exemple quand il compare la tête d'une bande à la limite d'une série de raies (p. 154) et quand il parle du renversement des raies dans les spectres de rayons X (p. 178). Il faut néanmoins lui être reconnaissant d'avoir mis à la portée de tous ceux qui sont curieux de physique moderne un tableau d'ensemble intéressant et complet des plus récentes découvertes.

B.

ACADÉMIES ET SOCIÉTÉS SAVANTES
DE LA FRANCE ET DE L'ÉTRANGER

ACADÉMIE DES SCIENCES DE PARIS

Séance du 13 Mai 1929 (fin.)

3° Sciences naturelles. — M. **Jean Chevrier** : *Variation diurne du potentiel électrique de l'air et déperdition électrique pendant le mois de septembre 1928 à l'Observatoire de Ksara (Liban).* — M. **Paul Becquerel** : *La vie latente des grains de pollen dans le vide à 271° C. au-dessous de zéro.* Le pouvoir germinatif des grains de pollen d'*Antirrhinum majus* et de *Nicotiana tabacum* s'est affaibli dans l'air sec à l'abri de la lumière, il est tombé aux environs de 40 p. 100 au bout de deux mois. Placés alors dans le vide, pendant cinq mois le pouvoir germinatif de ces grains a cessé de décroître. Il s'est maintenu intégralement, la longueur des tubes polliniques restant la même dans les germinations. Par contre les grains témoins conservés dans l'air sec pendant ce temps avaient, pour les deux espèces, perdu leur faculté germinative. D'autre part le séjour des grains de pollen, dans le vide pendant 7 heures dans l'hélium liquide à une température de 271°, 7, n'a en rien altéré leur pouvoir germinatif. On ne peut pas parler, dans ces conditions, d'une vie aussi ralentie que possible. Il s'agit d'une vie suspendue. — M. **Raymond-Hamet** : *Applications pharmacologiques de la technique du rein transporté au cou.* Cette méthode consiste à sectionner l'artère et la veine rénales et à anastomoser celle-ci avec la jugulaire, celle-là avec la carotide. De ce rein on peut ensuite enregistrer les variations de volume. Sur le rein ainsi préparé, l'adrénaline ainsi que les alcaloïdes de l'ergot provoquent une forte diminution de volume. Par contre l'hordénine et les substances du groupe de la nicotine ne provoquent pas de vaso-constriction. Enfin l'application de cette méthode à des recherches comparatives sur l'animal décapsulé et sur l'animal à surrénales intactes a permis de vérifier l'action excitante de la sécrétion adrénalinique que possèdent la nicotine, la cystine, la pelletiérine et la pseudopelletiérine. — MM. **René Fabre** et **Henri Simonnet** : *Etude physique et biologique du stérol dextrogyre isolé de la levure de bière.* On sait qu'il existe dans la levure de bière un mélange de stérols : l'un lévogyre, l'ergostérol, et l'autre dextrogyre, le zymostérol. L'étude de ce dernier produit a montré que : 1° l'irradiation prolongée en atmosphère inerte et à basse température, ne provoque aucune modification appréciable de la courbe d'absorption ; 2° pour obtenir le même degré de guérison du rachitisme, il faut employer des doses de stérol droit irradié au moins 100 fois plus élevées que celles d'ergostérol. — M. **Edouard Chatton** et Mme **M. Chatton** : *Les conditions de la conjugaison du* Glaucoma scintillans *en cultures léthobactériennes. Action directe et spécifique de certains agents zygogènes.* Les auteurs ont essayé sur des cultures léthobactériennes de *Glaucoma scintillans* (où l'Infusoire est entretenu aux dépens de cultures mono bactériennes tuées par chauffage) la série des corps reconnus comme les plus zygogènes dans les cultures monobactériennes de ce Cilié : $CaCl^2$, $FeCl^3$, l'acide pyruvique, le glucose. Les trois premières substances se montrent aussi activement zygogènes en cultures léthobactériennes qu'en cultures monobactériennes, tandis que la dernière y est complètement inerte. C'est donc bien par ses produits de transformation et en particulier par l'acide pyruvique, que le glucose exerce sa puissante action zygogène en présence de bactéries vivantes. Les propriétés zygogènes de ces corps semblent être le fait de leurs anions plutôt que leurs cations. — MM. **H. Péneau** et **G. Tanret** : *Sur un stérol dextrogyre de la levure, le zymostérol.* La levure de bière contient au moins deux stérols : l'ergostérine lévogyre et le zymostérol dextrogyre. Bien qu'il soit difficile d'affirmer que ce dernier ait pu être isolé à l'état d'absolue pureté, on peut dire qu'entre les deux corps, il existe non pas de simples dissemblances d'ordre stéréochimique, mais une différence plus profonde de constitution moléculaire, la formule du zymostérol concordant avec celle d'une oxyergostérine. — M. **H. Jacotot** : *Préparation d'un sérum hyperactif contre la peste bovine.* Il est possible de préparer un sérum antipestique hyperactif en injectant aux animaux fournisseurs de sérum des pulpes d'organes prélevés chez des animaux atteints de peste bovine. Le pouvoir thérapeutique de ce sérum est quatre fois supérieur environ à celui des sérums obtenus par les procédés ordinaires. — M. **V. Zernoff** : *Essai de sérothérapie chez* Galleria melonella. 1° L'injection de sang de Chenilles vaccinées à des Chenilles ayant reçu une dose mortelle du microbes de Danysz ou de microbes paratyphiques, produit un effet curatif. 2° Cette propriété curative du sang des chenilles vaccinées peut se conserver pendant plusieurs jours *in vitro*.

SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE

Séance du 1er Mars 1929.

M. **Marcel Cau** : *Couches minces de fer.* Pour obtenir des couches minces de fer pures à leur surface comme à leur intérieur, l'auteur a utilisé deux procédés : 1° *la distillation dans le vide,* qui s'obtient facilement en élevant la température d'un fil de fer par le passage d'un courant électrique, sans atteindre le point où le fil se romprait ; 2° *la pulvérisation cathodique* dans une atmosphère constamment renouvelée d'hydrogène pur, en évitant toute trace d'oxygène ou de vapeur d'eau, qui oxyderait les particules de fer pendant leur transport. Les couches de fer ainsi obtenues sur lamelles de verre ont été soumises à une série de mesures optiques afin d'en déterminer les propriétés ; en voici les résultats principaux : A. *Couches distillées.* Elles sont en général très altérables ; leur constitution est très variable. Elles n'obéissent pas aux prévisions de la théorie classique des métaux ; B. *Couches pulvérisées.* Leurs propriétés présentent des discordances attribuables à des diffé-

rences de constitution et à des altérations superficielles : la théorie classique de l'optique des métaux leur paraît applicable, avec les constantes obtenues pour le fer massif. L'étude des effets magnéto-optiques par transmission confirme que la biréfringence circulaire magnétique est accompagnée d'un *dichroïsme circulaire magnétique* vrai. L'étude des effets par réflexion montre bien qu'ils atteignent des valeurs limites pour les grandes épaisseurs (supérieures à 0, 1 μ). On peut calculer les effets magnéto-optiques par réflexion à partir des résultats trouvés pour les effets par transmission et des constantes optiques : les rotations et ellipticités calculées sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. — M. **E. Darmois** : *Quelques remarques sur la théorie des solutions concentrées de sels*. L'auteur a déterminé les variations de pouvoir rotatoire subies par les tartrates de certaines bases organiques quand leur concentration augmente ou quand on leur ajoute des quantités croissantes d'un sel de même cation. Les tartrates se comportent d'une façon très analogue aux sulfates, c'est-à-dire comme des sels forts. — M. **P. Auger** : *Quelques faits expérimentaux indiquant l'absence de quantité de mouvement chez les électrons du niveau K et sa présence chez ceux du niveau L*. L'auteur a poursuivi l'étude, au moyen de la méthode de Wilson, de la répartition spatiale des directions d'émission des photoélectrons, dans le but de vérifier la loi en $\sin^3\omega$ qu'il a proposée pour la distribution longitudinale, en fonction de l'angle ω que fait la direction d'émission de chaque rayon β secondaire avec la direction de propagation du quantum qui lui a donné naissance. *Niveau K* : L'auteur a attaqué les électrons K du xénon (35 kv.) par les rayons Kα de l'élément 72 du tableau périodique (56 kv.). Les mesures, au nombre de 600, ont donné une répartition qui suit très bien la loi en $\sin^3\omega$, sans aucune dispersion. On peut déduire de la forme invariable de la répartition que les électrons provenant d'un niveau K ne possèdent pas de quantité de mouvement avec leur arrachement photoélectrique. *Niveau L* : Sur le niveau L du xénon (5 kv.) l'auteur a fait agir les rayons Kα du molybdène. La distribution en ω (statistique de 500 mesures) diffère notablement par sa forme de la précédente ; elle se rapproche de la répartition isotrope et manifeste par conséquent l'intervention d'une cause de dispersion supplémentaire. On peut en chercher la cause dans la préexistence de quantité de mouvement chez les électrons L avant l'émission, se composant au hasard avec l'impulsion photoélectrique.

Séance du 15 Mars 1929.

M. **Ch. Bouhet** : *Polarisation elliptique par réflexion à la surface des liquides purs et des solutions salines*. La réflexion à la surface d'un corps vitreux d'un faisceau de lumière polarisée rectilignement doit toujours, d'après les lois de Fresnel, donner après réflexion de la lumière rectiligne et jamais de la lumière elliptique. Jamin et d'autres ont montré qu'il n'en est rien. L'auteur a repris ces expériences par des moyens perfectionnés (raie verte d'un arc au mercure à grand éclat), d'abord avec de l'eau distillée dont la surface était essuyée avec un papier fin avant chaque pointé ; les mesures ont permis de reconnaître la présence d'une ellipticité variant de + 0,000 41 à + 0,000 34. Avec de l'eau se renouvelant constamment, l'auteur a obtenu la valeur définitive + 0,000 40. Les expériences faites sur diverses solutions salines ont donné des ellipticités variant entre + 0,000 385 et + 0,000 435, qui peuvent s'expliquer par la présence, prévue par Gibbs, d'une couche de molécules d'eau adsorbées à la surface des solutions salines. Les liquides organiques ont donné des nombres variables. — M. **G. Bruhat** : *Polarimètre-ellipsomètre pour la mesure des dichroïsmes circulaires*. Les corps absorbants actifs présentent en général, au voisinage de leurs bandes d'absorption, l'*effet Cotton*, caractérisé d'une part par une anomalie de la dispersion rotatoire, d'autre part par l'existence du dichroïsme circulaire ; ce dernier phénomène se mesure par l'ellipticité de la vibration transmise. Pour cette mesure, l'auteur a fait construire, par la maison Jobin et Yvon, un polarimètre-ellipsomètre qui ne diffère de son polarimètre industriel que par l'introduction d'une lame quart d'onde entre le polariseur et l'auge destinée à recevoir le tube ; le quart d'onde en mica est collé sur une monture qui se déplace dans des glissières portées par un segment de cercle divisé, de sorte qu'il est possible, d'une part de l'enlever et de le remettre en place dans la même orientation, d'autre part de mesurer ses rotations, que l'observateur peut commander, à l'aide d'une tige, sans quitter l'oculaire. Pour faire une mesure, après avoir pris les zéros des cercles C de l'analyseur et C′ du quart d'onde, on escamote le quart d'onde et on introduit le tube polarimétrique contenant la substance à étudier. On rétablit l'égalité d'éclairement des plages en tournant l'analyseur, et on lit la rotation α sur le cercle C. On remet alors le quart d'onde en place : si la substance est dichroïque, l'égalité d'éclairement est détruite ; on la rétablit en tournant le quart d'onde et on lit directement l'ellipticité en grandeur et en signe sur le cercle C′. On mesure ainsi des dichroïsmes circulaires de quelques degrés avec une précision de l'ordre de 2 minutes.

L. B.

SOCIÉTÉ ROYALE DE LONDRES

Séance du 2 Mai 1929.

Sciences naturelles. — MM. **J. S. Haldane**, **W. Hancock** et **A. G. R. Whitehouse** : *La perte d'eau et de sels à travers la peau et les accommodements physiologiques correspondants*. Les auteurs fournissent des données sur la nature des sels expulsés à travers la peau et sur leur quantité. Le trouble que produirait le remplacement de l'eau salée par de l'eau pure est prévenu par une activité compensatrice des reins et par l'absorption de sels, absorption qui est réclamée impérieusement par l'organisme « dessalé ». Il en résulte que, pratiquement la pression osmotique du sang à l'intérieur du corps demeure constante. — MM. **F. H. A. Marshall** et **J. Hammond** : *Œstrus et pseudo-gestation chez le Furet*. La période de rut est prolongée par l'absence de coït ; la vulve s'accroît au point d'atteindre 60 fois la taille qu'elle a normalement et demeure dans cet état jusqu'à la fin du rut. L'ovulation ne s'effectue qu'après le coït. Les auteurs

décrivent les transformations subies par l'ovaire ; ces modifications sont, semble-t-il, contrôlées par le corps jaune. — MM. **R. G. Canti** et **F. G. Spear**: *L'effet des rayons gamma sur la division cellulaire dans les cultures de tissus* in vitro. La proportion des cellules qui entrent en mitose diminue tout d'abord, puis elle augmente à tel point que, lorsque la durée et l'intensité de l'irradiation sont convenables, la diminution primitive est compensée. Lorsque l'on prolonge la durée d'exposition, il a une nouvelle diminution du taux des mitoses. — MM. **R. B. Bourdillon, G. Fischmann, R. G. C. Jenkins** et **T. A. Webster**: *Le spectre d'absorption de la vitamine D.* En faisant agir les rayons ultra-violets sur l'ergostérol, on obtient successivement trois substances (ou trois groupes de substances) ; la première présente une bande d'absorption qui ressemble à celle de l'ergostérol (maximum à 280 $m\mu$) mais qui est plus de deux fois plus intense qu'elle ; cette substance possède un grand pouvoir antirachitique ; c'est probablement la vitamine D. Le second produit présente une puissante bande d'absorption à 240 $m\mu$; ni lui ni le troisième n'a d'action antirachitique. — M. **G. E. Briggs** : *Recherches expérimentales sur l'assimilation végétale et la respiration* (20). — M. **R. Hill**: *Hématine réduite et hémochromogène.* — M. **G. R. de Beer** : *Le développement du crâne de la Musaraigne.* — M. **J. W. Pickering** : *L'influence de la peptone de Witte et de la digestion sur les plaquettes et le plasma.* — MM. **W. R. Brambell** et **A. S. Parkes**: *Hypertrophie compensatrice de l'ovaire non traité après stérilisation unilatérale par les rayons X.* — M. **W. Moppett** : *L'action différentielle des rayons X en relation avec la biologie, la chimie et la physique* (I). — MM. **C. H. Browning, J. B. Cohen, S. Ellingworth** et **R. Gulbransen** : *L'action trypanocide de quelques dérivés de l'anil et de la styryl-quinoline.*

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Classe des Sciences

Séance du 13 Avril 1929.

1° Sciences mathématiques. — M. **Th. de Donder** : *Théorie invariantive du Calcul des variations.* IV. — M. **J. P. Bosquet** : *Quelques formules fondamentales de la théorie invariantive du Calcul des variations.* — M. **D. Pompeiu** : *Sur une propriété intégrale des fonctions de deux variables réelles.* — M. **L. Godeaux** : *Sur les courbes fondamentales des transformations birationnelles de l'espace.* — M. **Maury** : *Rapport de la Section géodésique de l'Institut cartographique militaire.*

2° Sciences physiques. — M. **Oct. Dony** : *Contribution expérimentale à l'étude du chauffage et des fours électriques.* L'auteur a étudié les conditions dans lesquelles on peut employer pour le chauffage électrique un résistor de fer continu, constitué par exemple par un simple conducteur de fer doux de forme convenable. En employant des tiges cylindriques de plus de 5 mm. de diamètre ou des tiges rectangulaires de quelques mm. de côté, on obvie aux inconvénients signalés pour des tiges plus minces et on atteint progressivement des températures de 1.200°, en ayant soin de ne pas dépasser une certaine puissance par unité de volume. Par cette méthode, l'auteur a réalisé : 1° la réduction de l'oxyde de zinc de la blende grillée jusqu'à 1.150°-1.200° ; la distillation électrothermique des liquides en vue de leur purification. — M. **Oct. Dony** : *Sur la réduction de l'oxyde de zinc par l'oxyde de carbone gazeux à la pression atmosphérique et aux pressions élevées.* L'auteur a reconnu que la réduction de l'oxyde de zinc par l'oxyde de carbone gazeux, qui est la réaction fondamentale de la métallurgie du zinc, est accélérée lorqu'on opère sous pression.

3° Sciences naturelles. — M. **A. Grosjean** : *Découverte d'un horizon à faune marine aux Charbonnages de Limbourg-Meuse, à Eysden (Campine belge).* L'auteur a découvert à Eysden un nouvel horizon à faune marine, à 322 m. au-dessus du niveau déjà connu qui représente le niveau de Quaregnon. Ce nouveau banc constitue l'équivalent de la couche Domina. — M. **L. Van den Berghe** : *Observations sur l'olfaction et sur le mécanisme des courants olfactifs chez quelques Téléostéens.* L'olfaction est très diversement développée chez diverses formes de Téléostéens : *Blennius pholis* trouve ses proies par la vue et l'odorat ; chez *Cottus bubalis*, l'olfaction n'intervient pas de façon sensible. Il existe chez divers Téléostéens un courant traversant chaque cupule olfactive, déterminé par les battements des cils de la muqueuse olfactive, ou par l'entrée d'eau dans la cavité nasale au cours de la progression, ou encore par des dilatations ou des compressions alternées des sacs olfactifs proprement dits ou des sacs accessoires. Chez *Zeus faber*, les variations de pression, dérivant de déplacements des pièces osseuses, sont transmises aux sacs nasaux par l'intermédiaire de sinus lymphatiques très développés dans la région faciale.

L. B.

Séance du 7 Mai 1929.

1° Sciences mathématiques. — M. **Cl. Servais** : *Sur la géométrie du tétraèdre.* I. Le complexe des axes de symétrie des quadriques conjuguées à un tétraèdre. — M. **L. Godeaux** : *Sur les correspondances ponctuelles entre surfaces.*

2° Sciences physiques. — M. **G. Cesaro** : *Sur les directions d'extinction d'un ensemble de deux lames cristallines parallèles, placées en lumière monochromatique, entre un polariseur fixe et un analyseur mobile.* Conditions nécessaires pour qu'il existe des positions d'extinction. Triangle sphérique fictif duquel ces relations peuvent être déduites. — M. **F. Dacos** : *Note sur une expérience cruciale de la diffusion des électrons* (voir chronique). — MM. **M. Cosyns** et **R. Moens** : *Note sur les quartz piézo-électriques.* Les auteurs ont commencé l'étude des quarts piézo-électriques en vue de rechercher la précision limite d'un quartz utilisé comme étalon de fréquence, et la stabilisation réelle obtenue avec ces quartz employés comme oscillateurs. Ils ont étudié en premier lieu l'influence de la distance qui sépare le quartz d'une des électrodes, dans le cas où le cristal est utilisé en oscillateur. — M. **G. van Lerberghe** : *L'équation caractéristique des solutions parfaites et des solutions*

régulières. En partant de formules posées pour les fugacités des solutions, l'auteur est arrivé à des équations caractéristiques simples, qui semblent devoir rendre compte, d'une manière satisfaisante, de tous les faits expérimentaux relatifs à ces solutions.

3° Sciences naturelles. — M. **J. Pasteels** : *Essai d'analyse de la physiologie de l'œuf de Pholade* (Barnea candida). *Effets des solutions salines non balancées*. La fécondation de l'œuf de Pholade ne s'accompagne d'aucun changement cortical appréciable. Il n'y a pas de rétraction, même passagère, de l'œuf. Un soulèvement artificiel de la membrane peut être provoqué selon le stade, par les ions Ca et Na. La perméabilité et la résistance du cortex varient selon le stade. La sensibilité du cortex aux ions lytiques s'accroît par l'entrée en maturation de l'œuf vierge et plus encore par la fécondation. Avant la segmentation, la constitution du cortex se modifie de nouveau. La fécondation est largement tributaire de la constitution saline du milieu. Les ions Na et Ca sont indispensables. — M. **A. de Waele** : *Influence de l'anhydride carbonique sur le réveil printanier de l'Escargot*. Des expériences de l'auteur, il résulte que : 1° il existe une température modérée dont l'action excitatrice sur le réveil printanier est la plus forte (env. 18°) ; une température plus élevée retarde le réveil, mais une température plus basse le retarde davantage ; 2° à températures égales, le réveil est accéléré par la présence de vapeur d'eau dans l'atmosphère ; 3° à ces deux facteurs connus : température modérée et forte humidité, s'en ajoute un autre : l'acide carbonique accélère le réveil en milieu humide et le retarde en atmosphère sèche. — M. **E. Leloup** : *La maturation et la fécondation de l'œuf de* Salpa fusiformis *Cuv*.

L. B.

ACADÉMIE DES SCIENCES DE VIENNE

Séance du 2 Mai 1929.

1° Sciences mathématiques — M. **K. Zindler** : *Sur des sections planes parallèles d'un corps convexe*. L'auteur complète les résultats obtenus par Brunn dans ce domaine.

2° Sciences physiques. — M. **A. Wagner** : *Influence de la position des thermomètres sur leurs indications à l'Observatoire de Vienne*. — M. **W. Leithe** : *Sur la rotation, la réfraction et le volume des bases organiques en solution*. Pour la comparaison des résultats, l'auteur a séparé, pour l'α-pipécoline, la fonction de la chaîne hydrocarbonée (qui n'a pas d'influence sur la rotation) de celle du groupe imine. L'influence de la chaîne hydrocarbonée sur la réfraction et le volume du mélange a été déterminée par comparaison avec le cyclohexane, les différences entre la pipécoline et le cyclohexane mesurant les variations de réfraction et de volume qui proviennent de l'action réciproque du groupe imine et du solvant. Ces dernières, en particulier les volumes, sont parallèles aux écarts de la rotation spécifique de la pipécoline en solution. La réfraction et le volume de l'α-phényléthylamine en solution ont été comparées aux valeurs correspondantes pour l'éthylbenzène ; les écarts réfractométriques sont parallèles ; les volumes moléculaires de la base marchent de pair avec les rotations.

3° Sciences naturelles. — M. **E. Clar** : *Contribution à l'étude des dépôts de minerai plomb-zinc de Schonstein, près Cilli (Yougoslavie)*. — M. **O. Gugenberger** : *Etudes géologiques sur Uberetsch, en particulier de la question glaciaire*. — M. **Holly** : *Quelques nouvelles formes de Poissons du Brésil*. Description de 5 espèces nouvelles : *Moenkhausia tridentata, Knodus albolineatus, Plecostomus longiradiatus, Xenocara fulva* et *Ancistrus multispinis*.

L. B.

SOCIETE DE BIOLOGIE

Séance du 13 Avril 1929.

M. **Helmuth Kallas** : *Puberté précoce par parabiose*. Chez la Rate infantile ne pesant que 15 à 20 gr., la puberté précoce peut être provoquée par parabiose avec une Rate infantile châtrée du même âge. Les phénomènes constatés plusieurs jours après le début de la parabiose dans les ovaires, l'utérus, le vagin et le frottis vaginal correspondent à ceux qu'on observe chez l'animal infantile après injection de lobe antérieur d'hypophyse. Il s'ensuit que le lobe antérieur d'hypophyse de l'animal infantile est déjà capable de produire les hormones régulatrices et de les transmettre dans certaines conditions au sang. Ces expériences démontrent aussi que les ovaires infantiles tiennent déjà l'hypophyse sous leur dépendance. — MM. **Helmuth Kallas** et **Alexandre Lipschütz** : *Corps jaune et phase glandulaire mammaire chez le Lapin*. L'hyperféminisation a été produite chez les Lapins mâles châtrés ayant reçu des greffes ovariennes dans le rein. Il s'est produit une hypertrophie des mamelons et un développement gravidique des glandes mammaires identiques à ceux qui surviennent dans la pseudo gravité expérimentale. Dans un cas, on a observé la sécrétion lactée. Dans la greffe ovarienne on a observé l'absence du corps jaune et la présence de gros follicules, c'est-à-dire l'état caractéristique de la greffe ovarienne chez le Cobaye mâle. — MM. **A. Lipschütz** et **S. Vesnjakov** : *Nouvelles observations sur le métabolisme de l'ovaire isolé*. Les auteurs ont déterminé, suivant la méthode de Warburg, l'absorption de l'oxygène par des ovaires de Cobaye à différentes températures (38°5, 20°, 0°2-0°4). Des chiffres obtenus on peut conclure qu'une respiration « normale » pour la température donnée est d'autant plus assurée à un ovaire isolé qu'est plus basse la température à laquelle se fait la conservation, mais sans tomber au-dessous de la température de la glace fondante ; ces relations expliquent aussi probablement le fait que l'ovaire se conserve mieux à la température de la glace fondante. — MM. **Alexandre Lipschütz** et **Edouard Vinals** : *Réactions compensatrices du testicule du Cobaye après castration unilatérale*. Dans 13 expériences ayant duré plus de 12 mois, le poids testiculaire du Cobaye demi-châtré a été comparé à celui de l'animal normal de la même portée. On a constaté des différences atteignant 94 p. 100 en faveur de l'animal demi-châtré. Mais le poids maximum normal a été surpassé dans 4 cas seulement, tandis que dans 9 cas le poids se rangeait dans des limites normales. Aussi la différence entre les deux maxima n'a été que de 20 p. 100. Ces chiffres sont

en faveur de la théorie suivant laquelle la réaction du testicule après castration unilatérale consiste dans une accélération de la croissance sous l'influence d'un facteur extra-testiculaire (sûrement d'origine hypophysaire), qui permet au testicule d'atteindre plus vite son poids maximum. — M. **Alexandre Lipschütz** : *Réactions compensatrices de l'ovaire du Cobaye après castration unilatérale.* L'auteur a pesé 159 ovaires de Cobaye de différents âges. Les chiffres démontrent que l'ovaire n'atteint pas son poids maximum au moment de la puberté, mais continue à l'accroître. Les possibilités qu'a l'ovaire d'atteindre le poids maximum caractéristique pour chaque âge (ou mieux pour des poids égaux), sont d'autant plus grandes que l'animal pèse déjà plus (diminution de Q maximin. caractéristique pour chaque âge ou poids d'animal). Ces données permettent une analyse dynamique des réactions compensatrices après castration unilatérale sur la base de la loi de la constance folliculaire. Le poids maximum de l'ovaire après castration unilatérale peut surpasser le poids maximum normal, mais dynamiquement ce poids plus grand pourrait être compris comme le poids potentiel d'un ovaire normal. — M. **M. Laudat** : *La chlorémie plasmatique et globulaire chez les néphritiques azotémiques.* 1° Il n'existe pas de relation rigoureuse entre le taux de l'azotémie et celui de la chlorémie plasmatique ; une importante chlorémie accompagne très fréquemment les grandes azotémies, mais cette règle a ses exceptions. 2° La chlorémie globulaire suit assez régulièrement la chlorémie plasmatique dans ses variations. 3° Le rapport chlore globulaire/chlore plasmatique présente en général les mêmes valeurs que chez le sujet normal ; ses limites extrêmes sont toutefois un peu plus étendues. — M. **Achille Urbain** : *Infection cholérique expérimentale par la voie intra-rachidienne. Essai de vaccination locale de la cavité méningée contre le Vibrion cholérique.* La voie intrarachidienne aeprésente pour le Lapin la voie d'introduction la plus sévère pour le Vibrion cholérique ; 1/8000e à 1/12000e de culture sur gélose, inoculée dans la cavité rachidienne, provoque, chez cet animal, soit la mort, soit des signes de méningo-encéphalite grave. L'antivirus cholérique injecté, à titre préventif, dans la cavité rachidienne, préserve toujours le Lapin contre l'inoculation, dans cette cavité, d'un assez grand nombre de doses mortelles de virus cholérique. Cette action protectrice est spécifique, elle ne se produit pas ni avec d'autres antivirus, ni avec le bouillon ordinaire. — MM. **Maurice Villaret, L. Justin Besançon** et **G. Vexenat** : *Action sur le muscle bronchique de la digitaline, du camphre, de la quinidine, de la cinchouidine et de l'hydrastine.* Le relâchement déterminé par les alcaloïdes de la quinine sur le muscle bronchique est peu puissant par rapport à l'effet tonique de la digitaline et du campho-sulfonate de sodium, bien que sur les tracés, l'effet de ceux-ci ne se traduise pas par une forte contraction du muscle bronchique. L'hydrastine ne détermine ni contraction, ni relâchement de la bronche. — M. **P.-S. Kupalov** : *Recherches sur les lois de sommation dans les réflexes médullaires ipsilatéraux.* Les lois de sommation déterminées pour les réflexes croisés (Lapicque), sont également applicables dans les réflexes ipsilatéraux. Pourtant dans ce cas, la courbe du voltage ne s'accroît pas, en moyenne, aussi brusquement que pour les réflexes croisés. On peut expliquer cela par le fait que, dans le réflexe ipsilatéral, l'arc réflexe est plus court et se compose d'un plus petit nombre de neurones. De là résulte la diminution des points de sommation et de transmission de l'excitabilité d'un neurone à un autre, à chronaxie différente. — M. **A. Catanei** : *Sur un essai de transmission du Spirochète des Poules par* Ornithodorus savignyi. On sait qu'il est possible de transmettre *Sp. gallinarum* par *Ornithodorus moubata* ; l'auteur a essayé un essai analogue avec *O. savignyi*. Mais des nymphes de cette espèce, nourries sur un Coq atteint de spirochétose, n'ont pas transmis la maladie à une poule, par piqûres. — MM. **L. Rapkine, A.-P. Struyk,** et **R. Wurmser** : *Potentiel d'oxydo-réduction de quelques colorants vitaux.* Les colorants vitaux étudiés, qui sont des sels basiques d'oxonium, de thionium et d'azonium se classent par ordre de potentiel de plus en plus négatif de la lumière suivante : 1° le groupe des oxazines et thiazine bleu de crésyle, bleu de toluidine, bleu de méthylène, bleu azur ; 2° les sels de naphtophénazooxonium : bleu de Nil et violet de crésyle ; 3° les azines : vert Janus et rouge neutre. Le violet neutre est un mélange de bleu de naphtylamine et de rouge neutre. — MM. **Edm. Sergent, A. Donatien, L. Parrot, F. Lestoquard** et **A. Charpin** : *Formule leucocytaire normale du sang des Bovins.* Chez les Bovins sains, le nombre total des leucocytes du sang de la circulation périphérique aussi bien que la proportion des diverses variétés de leucocytes, offrent un caractère d'instabilité remarquable : on note, d'une part, de grandes variations individuelles, et, d'autre part une grande variabilité chez le même sujet d'un jour à l'autre. La formule leucocytaire moyenne donne les chiffres suivants : mastleucocytes, 1 ; éosinophiles, 10 ; neutrophiles, 22 ; mononucléaires, 7,5 ; lymphocytes, 59,5. — MM. **Edm. Sergent, A. Donatien, L. Parrot, F. Lestoquard** et **A. Charpin** : *Modifications de la formule leucocytaire chez les Bovins infectés de théilériose ou d'anaplosmose expérimentales.* L'accès de théilériose est marqué, surtout au moment de la défervescence, par de l'hyperleucocytose due à une hyperlymphocytose, et par de l'hypoéosinophilie. La formule leucocytaire est normale pendant l'incubation et le redevient à partir du 3e jour qui suit l'accès thermique. Au cours de l'accèse aigu d'anaplasmose, on observe en général de l'hyperleucocytose, mais la proportion relative des diverses variétés de leucocytes n'est pas modifiée. Chez les Bovins prémunis contre la piroplasmose vraie, la babésiellose et l'anaplasmose, et infectés respectivement par les virus de ces trois maladies, la formule leucocytaire n'est pas modifiée. — MM. **C. Levaditi, P. Lépine** et **R. Schœn** : *L'encéphalomyélite épidémique du Renard.* Le virus de l'encéphalomyélie épidémique du Renard s'est montré virulent par voie intra-cérébrale, alors que, administré par des voies cornéenne, nasale ou intramusculaire, il n'a produit aucun trouble. Ces traits permettent de le placer dans le groupe des « ectodermoses neurotropes », plus près du virus de la rage que de ceux de l'herpès, de l'encéphalite et de la neurovaccine. Ce virus se comporte comme un germe filtrable éminemment neurotrope. Il offre une

prédilection marquée pour les neurones corticaux, dont il provoque la dégénérescence oxyphile totale. Toutes les données histo-pathologiques concordent avec les données expérimentales pour rapprocher le virus de l'encéphalite du Renard du virus de la rage. — M. **L. Hédon** : *Persistance de la sécrétine dans la muqueuse duodéno-jéjunale d'un Chien totalement dépancréaté depuis quinze mois.* Il n'est pas douteux que la muqueuse intestinale du Chien est aussi riche en sécrétine quinze mois après l'extirpation totale du pancréas, qu'elle l'est chez un animal normal. — M. **A.-Ch. Hollande** et Mlle **G. Crémieux** : *Endoparasitisme cellulaire du Bacille tuberculeux. Les cellules géantes ne sont que des mycétocytes.* Les auteurs ont pu déceler des formes microbiennes non acido-résistantes du Bacille tuberculeux dans les cellules épithélioïdes et les cellules géantes ; ils indiquent la méthode employée à cet effet. D'après eux, le Bacille tuberculeux acido-résistant serait la forme durable du Bacille de Koch, forme qui résulte de l'évolution d'un élément végétatif, non acido-résistant. En outre, il n'y a pas de symbiose vraie entre le Bacille tuberculeux et la cellule hôte ; il y a simplement endoparasitisme, les diverses formes bacillaires hypertrophiant et tuant par leurs toxines la cellule hôte, et, de ce fait, ne vivant pas en harmonie avec elle. Les cellules géantes, de même que les cellules épithélioïdes infestées, deviennent ainsi des mycétocytes non permanents. — MM. **Pierre Gley** et **N. Kisthinios** : *Sur l'existence dans les extraits pancréatiques, d'une substance hypotensive distincte de l'insuline.* — M. **F. Dévé** : *L'usure osseuse de compression dans l'échinococcose para-osseuse.* En inoculant à un Lapin du sable échinococcique, l'auteur a pu reproduire exactement les faits qui s'observent dans la pathologie humaine, où l'on voit, sous l'influence de l'expansion d'une vésicule hydatique emprisonnée dans une cavité osseuse, l'os adjacent s'atrophier progressivement au dépens de sa face exposée à la pression, jusqu'à présenter la minceur et la translucidité d'une bande de parchemin, sans que s'esquisse localement la moindre réaction contre ce processus mécanique. — MM. **A. Tournade, H. Hermann** et **F. Jourdan** : *Le nerf dépresseur de Hering, sa stimulation physiologique par les variations de la pression intra-sinusienne.* Le nerf dépresseur de Hering, comme le prouvent les effets hypertenseurs de sa section, est en état de tonus constant. Ce tonus, toute hypertension intra-sinusienne l'exagère ; toute hypotension le réduit. Ainsi un seul et même appareil nerveux suffit, selon qu'il est plus ou moins vivement stimulé, au déclenchement réflexe des réactions cardiovasculaires opposées. — M. **Ernst A.-H. Friedheim** : *La formation de la substance intersticielle cartilagineuse et osseuse étudiée en culture de tissu.*

Séance du 20 Avril 1929.

MM. **C. Levaditi, P. Lépine** et **A. Howard** : *Chimiothérapie et moyens défensifs de l'organisme dans la guérison des manifestations syphilitiques expérimentales.* Certains médicaments, tels l'arsenic et le bismuth, après avoir subi dans l'organisme des transformations aboutissant à la synthèse de toxalbumines arséniées ou bismuthées agissent sur le Tréponème directement, et aussi par l'intermédiaire des moyens défensifs de l'organisme, dont ils stimulent l'activité par voie de catalyse. — M. **Boris Sokolof** : *Rate et Cancer.* Dans certains cas, la rate peut servir de vecteur à l'agent inconnu du cancer. L'application des rayons X augmente le pourcentage des transplantations positives. Dans ce cas on constate, sur les coupes de rate, la suractivité des cellules de Türck. Cependant, on ne peut conclure nettement, étant donné la faible proportion des transplantations positives et la présence de métastases très minimes. — MM. **Vaquez, P. Gley** et **N. Kisthinios** : *Sur l'atténuation de la toxicité de l'adrénaline par la substance hypotensive du pancréas.* Il semble bien que la substance hypotensive du pancréas, en dehors de son action sur la pression artérielle antagoniste de celle de l'adrénaline, possède la propriété de diminuer la toxicité de cette dernière et, en particulier, empêche la production de l'œdème aigu du poumon, même si son administration a précédé celle de l'adrénaline. — MM. **Ernst A.-H. Friedheim** et **B. Baroni** : *L'immunité et la réceptivité naturelles vis-à-vis de l'*Actinomyces asteroïdes*, étudiées en culture de tissu.* Les fibroblastes et les leucocytes de Cobaye, espèce réceptive, qui subissent dans l'organisme une action nécrosante intense sous l'influence de l'*Actinomyces asteroïdes Eppingeri*, se montrent, dans les conditions de cultures de tissu, c'est-à-dire en dehors de l'organisme, absolument réfractaires à l'action directe de ce même champignon. Ces cellules ne se comportent pas autrement que des cellules d'espèce animale naturellement immune. Ces faits confirment les conclusions résumées par l'un des auteurs sur l'immunité et la réceptivité naturelles vis-à-vis de la Bactéridie charbonneuse. — MM. **C. Levaditi** et **P. Lépine** : *Etude sur la vaccination tissulaire dans la syphilis expérimentale.* 1° L'injection intra-scrotale ou intra-testiculaire de Tréponèmes ayant perdu leur vitalité par le chauffage préalable à 55° ne réalise ni état réfractaire local, ni floculabilité du sérum sanguin. Les animaux continuent à être réceptifs. 2° L'inoculation intra-veineuse de Spirochètes tués par la chaleur provoque des changements de la floculabilité sérique, se manifestant par une réaction de Meinicke franchement positive. Une telle réaction n'implique donc pas forcément l'existence d'un état d'infection, ni même d'une immunité ou d'une prémunition concomitantes. Les anticorps spirochéticides ne sauraient être identifiés aux principes déterminant la floculabilité du sérum sanguin au cours de la syphilis. — M. **M. Cahen** : *Toxicité comparée de l'ouabaïne cristallisée et de la g-strophantine par la méthode de Hatcher-Magnus sur le Chien.* La dose minima d'ouabaïne provoquant l'arrêt du cœur chez le Chien par perfusion intraveineuse continue, est, pour l'ouabaïne cristalisée à $9H^2O$, 0,1728 mgr. par kg. d'animal. L'identité de l'ouabaïne cristallisée et de la g-strophantine de Thoms est confirmée par la détermination de leur toxicité qui est identique. — M. **André Eichorn** : *Sur la division des chromosomes somatiques chez les Gymnospermes.* Les Gymnospermes diffèrent caryologiquement des Angiospermes par le mode de regroupement de leurs chromosomes auquel participent spécialement des nodules chromatiques épars sur le réseau et surtout par le clivage tardif général (à la métaphase) de ceux-ci. Le *Ginkho biloba*

fait seul exception, jusqu'ici, car il ne possède pas de ces nodules et le clivage s'y produit très tôt, au début de la prophase. Parmi les Gymnospermes étudiées, seul également le *Ginkho biloba* possède un satellite, formation qu'il n'a pas été possible de mettre en évidence chez les autres genres. — MM. **C. Levaditi** et **Th. Anderson** : *L'état du virus de la fièvre récurrente* (Spirochaeta duttoni), *dans l'encéphale de la Souris*. Le virus de la fièvre récurrente persiste longtemps dans le cerveau de la Souris, où il revêt une forme qui n'est pas la forme spirillaire proprement dite. Selon toute probabilité, il s'agit d'une phase invisible, dont les éléments constitutifs ont ceci de particulier, qu'administrés par voie sous-cutanée, ou dans la cavité péritonéale, ils abandonneut promptement le point d'inoculation pour envahir la circulation générale et certains organes (rate). C'est dans le sang même que ces éléments se transforment en Spirilles, accomplissant ainsi leur cycle évolutif entier. Dans l'encéphale, aussi bien que dans l'exsudat péritonéal, le virus neurotrope paraît rattaché aux éléments cellulaires. — M. **Ch. Pérard** : *Infection du Chien par* Bartonella canis. 1° Chez les Chiens antérieurement infectés de piroplasmose et guéris (prémunis) de cette infection, la splénectomie fait apparaître dans le sang un nouveau parasite : *Bartonella canis*, capable de causer une anémie infectieuse comparable à l'anémie infectieuse naturelle des Rats. 2° Au point de vue physiologique, *B. canis* diffère de *B. muris* par la non-infection de la Souris et la difficulté d'infection du rat blanc et par son non-développement sur des milieux permettant d'obtenir la culture de *B. muris*. Les différences morphologiques ne sont pas appréciables. 3° Les différentes formes observées dans les hématies au cours de l'infection expérimentale appartiennent vraisemblablement à la même espèce de parasites. Elles semblent se remplacer ou se transformer les unes dans les autres au cours de l'infection. — M. **A. Catanei** : *Sur le pouvoir pathogène des* Trichophyton violaceum et glabrum *pour les animaux*. La notion de l'impossibilité d'inoculer *Tr. violaceum* aux animaux doit être abandonnée. L'auteur a pu transmettre et étudier la trichophytie expérimentale, due à ce Champignon, au Singe, au Chien et au Chat. En outre il a réussi à inoculer au Cobaye des cultures de *Tr. glabrum*. Il fait connaître dans cette note, les caractères de la maladie expérimentale, à *Tr. glabrum*, chez cet animal, ainsi que le mode de parasitisme du poil. — MM. **R. Courrier**, **R. Kehl** et **R. Raynaud** : *Neutralisation de l'hormone folliculaire chez la femelle gestante castrée*. 1° Chez le Cobaye, les ovaires peuvent être supprimés dans la seconde moitié de la gestation. Celle-ci peut évoluer normalement chez les femelles castrées depuis 20 jours et plus, et se terminer par une mise-bas normale suivie de l'allaitement. 2° La folliculine, en ce qui concerne son action sur le vagin du Cobaye est neutralisée chez la femelle gestante, même à doses relativement fortes. Ce mécanisme inhibiteur est indépendant de l'ovaire, puisqu'il existe également chez la femelle castrée. Peut-être devra-t-on le rechercher dans le placenta ? — M. **A. Panu** et Mlle **M.-L. Verrier** : *Contribution à l'étude du pigment et des variations chromatiques de* Phyllium siccifolium *L.* (*Orthoptère phasmide*). Les variations chromatiques des Phyllies sont bien sous l'influence du milieu. L'homochromie ne s'établit que lorsque certaines conditions d'origine alimentaire sont réalisées. Elle est accidentelle ; le mimétisme, quant à la couleur, n'a pas chez ces animaux le caractère rigoureux qu'on lui a attribué. — M. **H. Velu** : *Origine de l'agent du rouge des salaisons*. L'agent du rouge des salaisons n'est pas un microbe strictement chlorurophile ; il peut vivre en dehors des milieux saturés de sel, il n'est chlorurophile que par adaptation. Cet agent doit donc exister dans les milieux extérieurs ; il convient de le rechercher parmi les microbes des milieux avec lesquels les salaisons sont en contact, c'est-à-dire parmi les microbes de l'eau ou de l'air. — MM. **H. Velu** et **L. Balozet** : *Production expérimentale d'un agent du rouge des salaisons par mutation brusque de* Bacillus prodigiosus. A la suite d'une mutation brusque, provoquée expérimentalement (culture sur milieux organiques solides saturés de sel), *B. prodigiosus* peut perdre ses caractères primitifs, acquérir brusquement des propriétés nouvelles, devenir un agent typique du rouge des salaisons. Les caractères ainsi acquis sont des caractères fixes. Le phénomène de mutation n'est pas réversible, brusquement tout au moins. *B. prodigiosus* est donc un microbe euryhalin et c'est son euryhalinité, véritable « préaptitude » qui dépasse ses besoins normaux, qui lui permet de se développer lorsqu'il rencontre des milieux répondant à ses aptitudes particulières (milieux sursalés). — M. **C. Hosselet** : *Chondriome à formes d'éléments golgiens dans la cellule nerveuse des Insectes*. — M. **C. Hosselet** : *Le chondriome et la fonction sécrétrice dans les cellules nerveuses géantes chez* Phryganea grandis. *Le chondriome réticulaire*. — MM. **A.-L. Gurwitsch** et **M. Kisliak-Statkewitsch** : *Sur le rayonnement mitogénétique du Cancer*. Les auteurs ont prouvé expérimentalement que le cancer possède un puissant pouvoir mitogénétique d'origine glycolytique, mais qu'il contient en même temps une deuxième source mitogénétique, à savoir les processus autolytiques (protéolytiques) qui se manifestent surtout par les nécroses étendues et précoces de la tumeur. — MM. **F. Holweck** et **A. Lacassagne** : *Etude de la radiosensibilité du* Bacillus prodigiosus.

Le Gérant : **Gaston Doin.**

Sté Gle d'Imp. et d'Edit., 1, rue de la Bertauche, Sens. — 10-29